Archive of SID
DOI:10.22059/ijbse.2019.264835.665091 مهندسی بیوسیستم ایران، دوره ۵۰، شماره ۴، زمستان ۱۳۹۸ (ص ۷۷۰-۷۶۱)

Two-dimensional Finite Element Modelling of Green Peas Drying in a Hot Air-Infrared Dryer

DARIUSH ZARE*[1], SAIED AKBARZADEH[1], MOHAMMAD LOGHAVI[1], MOHAMMAD AMIN NEMATOLLAHI[1]

1. Biosystems Engineering Department, Shiraz University, Shiraz, Iran.

(Received: Sep. 3, 2018- Revised: June. 11, 2019- Accepted: July. 8, 2019)

ABSTRACT

In this paper, the simulation of green peas drying process in a hot air-Infrared dryer was carried out using two-dimensional finite element method. For this purpose, the mass transfer governing equation with initial and boundary conditions were derived. The system of first order differential equations were developed by using finite element method with Galerkin approach. To simulate drying process and solve the differential equations, a Matlab program code was developed. The drying simulation process was performed with combinations of four infrared power densities (0, 2000, 4000, and 6000 $W.m^{-2}$), three levels of drying air temperatures (30, 40, and 50 ℃) and three levels of drying air flow rate (0.5, 1.0, and 1.5 $m.s^{-1}$). Finally, in order to validate the developed model, the simulation results were compared with experimental data resulted by a hot air-Infrared dryer. The minimum, maximum and average relative errors between experimental and predicted data by finite element method simulation were 2.21%, 3.77%, and 2.50%, respectively. The model has reasonable accuracy and high efficiency for predicting the moisture content variation of green peas during drying process and can provide more information on the moisture transfer without running any experiments, so that it can be useful for designing dryers.

Keywords: Green Peas, Hot Air-Infrared Dryer, Mass Transfer, Finite Element Method.

* Corresponding author's Email: dzare@shirazu.ac.ir

www.SID.ir

Archive of SID

مدل سازی دوبعدی اجزای محدود خشک‌کردن نخود فرنگی در خشک‌کن ترکیبی مادون‌قرمز-هوای گرم

دکتر داریوش زارع*[1]، سعید اکبرزاده[1]، محمد لغوی[1]، محمدامین نعمت‌اللهی[1]

۱. بخش مهندسی بیوسیستم، دانشگاه شیراز، شیراز، ایران

(تاریخ دریافت: ۱۳۹۷/۶/۱۲- تاریخ بازنگری: ۱۳۹۸/۳/۲۱- تاریخ تصویب: ۱۳۹۸/۴/۱۷)

چکیده

در این مقاله، شبیه‌سازی فرآیند خشک‌شدن نخودفرنگی در خشک‌کن مادون قرمز - هوای گرم با استفاده از روش اجزای محدود دو بعدی انجام شد. برای این منظور، معادله حاکم بر انتقال جرم و شرایط اولیه و مرزی آن استخراج شد. به کمک روش اجزای محدود با رویکرد گلرکین، دستگاهی از معادلات دیفرانسیل مرتبه اول بدست آمد. جهت شبیه‌سازی فرآیند خشک‌شدن و حل دستگاه معادلات، یک کد کامپیوتری در نرم‌افزار متلب تدوین شد. شبیه‌سازی در چهار سطح شدت تابش با مقادیر صفر، ۲۰۰۰، ۴۰۰۰ و ۶۰۰۰ وات بر متر مربع، سه سطح دمای ۳۰، ۴۰ و ۵۰ درجه سلسیوس و سه سطح سرعت ۰/۵، ۱/۰ و ۱/۵ متر بر ثانیه انجام شد. در نهایت به منظور اعتبارسنجی مدل ارائه شده، نتایج این مدل‌سازی با نتایج حاصل از خشک‌کن آزمایشگاهی مادون قرمز - هوای گرم، مقایسه گردید. حداقل، حداکثر و متوسط میانگین خطای نسبی داده‌های اندازه‌گیری شده و پیش‌بینی شده با مدل‌سازی به روش اجزای محدود دوبعدی، به ترتیب ٪۲/۲۱، ٪۳/۷۷ و٪۲/۵۰ می‌باشند. این روش دارای دقت مناسب و کارآیی بالا در پیش‌بینی تغییرات رطوبت محصول، طی فرآیند خشک‌کردن دانه نخودفرنگی، می‌باشد و اطلاعات بیشتری را در مورد انتقال رطوبت، بدون انجام آزمایش می‌دهد که می‌تواند جهت طراحی خشک‌کن‌ها مفید باشد.

واژه‌های کلیدی : نخود فرنگی، خشک‌کن مادون قرمز - هوای گرم، انتقال جرم، روش اجزای محدود

مقدمه

خشک‌کردن یکی از رایج‌ترین روش‌های نگهداری میوه و سبزیجات است. همچنین خشک‌کردن مواد غذایی، کاهش جرم و حجم محصول نهایی را به دنبال دارد که بازده بسته‌بندی، نگهداری و انتقال را افزایش می‌دهد (Zare & Ranjbaran, 2012). با شبیه‌سازی خشک‌شدن، می‌توان اطلاعاتی درباره دینامیک انتقال رطوبت، بدون نیاز به آزمایش و اندازه‌گیری و همچنین اطلاعاتی برای طراحی خشک‌کن به دست آورد (Zare *et al.*, 2006; Zare & Ranjbaran, 2012).

در تحقیقی به منظور شبیه‌سازی خشک‌شدن دانه شلتوک برنج، معادلات دیفرانسیل انتقال حرارت و جرم (به صورت خطی، غیرخطی و غیرخطی با در نظرگرفتن سه لایه برای دانه برنج) به صورت همزمان و با فرض متقارن بودن دانه، فرمول‌بندی و سپس با روش اجزای محدود، شبیه‌سازی شد و برای تأیید صحت مدل استخراج شده، توده بستر نازک شلتوک برنج به وسیله خشک‌کن آزمایشگاهی، خشک گردید. مشخص شد که مدل غیرخطی، تقریب خوبی از رطوبت و دمای دانه در طی خشک‌کردن داشته است (Rafiee *et al.*, 2008). در تحقیق دیگری، یک مدل اجزای محدود دو بعدی به منظور شبیه‌سازی انتشار رطوبت در میوه انبه و لانگان در طی خشک‌شدن بسط داده شد. به کمک این روش، انتشار رطوبت در حین خشک‌شدن به طور رضایت‌بخش پیش‌بینی شد (Janjai *et al.*, 2008a, 2008b). همچنین شبیه‌سازی خشک‌شدن قهوه (Nilnont *et al.*, 2012) و فندق استرالیایی (Pankaew *et al.*, 2016)، توسط محققین با استفاده از روش اجزای محدود، بررسی شده است. در پژوهشی، خشک‌شدن ورقه‌های سیب با در نظر گرفتن معادلات جرم و انتقال حرارت به صورت سه بعدی با استفاده از روش طیفی[1] شبیه‌سازی گردید (Pasban *et al.*, 2017). در تحقیقی دیگر، چروکیدگی میوه لانگان در حین خشک شدن با خشک‌کن ترکیبی مایکروویو و هوای گرم، بررسی شد. در شبیه‌سازی فرآیند خشک شدن از روش عددی تفاضل محدود، استفاده شد (Apinyavisit *et al.*, 2018). در مقاله‌ای دیگر، فرآیند خشک شدن میوه فیجوا با حل معادلات انتقال حرارت و جرم، بررسی گردید. برای مدل‌سازی فرآیند مورد نظر، روش عددی اجزای محدود بکار برده شد (Castro *et al.*, 2019).

در این تحقیق با بدست آوردن پارامترهای مورد نیاز برای شبیه‌سازی فرآیند خشک‌کردن (شامل ضریب انتشار مؤثر، مقدار

* نویسنده مسئول: dzare@shirazu.ac.ir

[1]. Spectral method

www.SID.ir

Archive of SID

رطوبت اولیه و تعادلی) و پارامترهای موجود در منابع معتبر مانند ضریب انتقال جرم، فرآیند خشک‌کردن دانه نخودفرنگی با استفاده از روش اجزای محدود شبیه‌سازی می‌شود.

مواد و روش‌ها

فرآیند خشک شدن در محصولات کشاورزی در حقیقت فرآیند انتقال جرم و حرارت به صورت همزمان می‌باشد. در این تحقیق فقط به موضوع انتقال جرم در داخل دانه پرداخته شد (Sarker *et al*. 1999; Beigi, M. 2017). بنابراین معادله انتقال جرم در نظر گرفته و فرمول‌بندی شد. به منظور شبیه‌سازی فرآیند خشک‌کردن، ابتدا معادله حاکم بر انتقال رطوبت و شرایط اولیه و مرزی در نظر گرفته شد. سپس با استفاده از روش اجزای محدود با رویکرد گلرکین[1]، معادله دیفرانسیلی پیوسته انتقال جرم به شکل گسسته، تبدیل گردید. در نهایت، مجموعه‌ای از معادلات دیفرانسیل مرتبه اول به دست آمد که با روش تفاضل محدود، حل شد.

به منظور شبیه‌سازی فرآیند خشک شدن و تعیین محتوای رطوبتی (M)، قانون دوم فیک[2] به عنوان معادله حاکم بر پدیده در نظر گرفته شد (Janjai *et al*. 2008a):

$$\frac{\partial M}{\partial t}=\nabla.(D\nabla M) \qquad \text{(رابطه ۱)}$$

شرایط اولیه و مرزی در فرآیند انتقال جرم، عبارتند از:

$$M = M_0 \quad at \quad t = 0 \qquad \text{(رابطه ۲)}$$

$$-D\,\frac{\partial M}{\partial n} = h_m(M_s - M_e) \quad at \quad t > 0$$

در رابطه فوق، M_0، M_s و M_e به ترتیب رطوبت اولیه، رطوبت روی سطح دانه و رطوبت تعادلی هستند. h_m و D به ترتیب بیانگر ضریب انتقال جرم[3] و ضریب انتشار هستند. n نیز جهت عمود بر سطح دانه در هر نقطه می‌باشد.

معادله حاکم (۱) در مختصات کارتزین به صورت زیر خواهد بود:ند

$$\frac{\partial M}{\partial t} = D_x\frac{\partial^2 M}{\partial x^2} + D_y\frac{\partial^2 M}{\partial y^2} + D_z\frac{\partial^2 M}{\partial z^2} \qquad \text{(رابطه ۳)}$$

با فرض همگن و ایزوتروپ بودن دانه (یکسان بودن ضریب انتشار در جهات و نقاط مختلف دانه)، همدما بودن فرآیند، یکنواخت بودن رطوبت اولیه در دانه و همچنین دو بعدی بودن حرکت رطوبت در دانه، معادله زیر حاصل می‌شود:

$$\frac{\partial M}{\partial t} = D\left(\frac{\partial^2 M}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 M}{\partial y^2}\right) \qquad \text{(رابطه ۴)}$$

جهت محاسبه رطوبت با استفاده از روش اجزای محدود، میدان رطوبت در حالت دو بعدی به شکل زیر نوشته می‌شود:

$$M(x,y) = N(x,y)\vec{M}^{(e)} \qquad \text{(رابطه ۵)}$$

در رابطه فوق $N(x,y)$ و $\vec{M}^{(e)}$ به ترتیب توابع شکل و بردار مجهولات گره‌ای المان، می‌باشند که به صورت زیر بیان می‌گردند:

$$[N(x,y)] = [N_i(x,y)\,, N_j(x,y)\,, N_k(x,y)] \qquad \text{(رابطه ۶)}$$

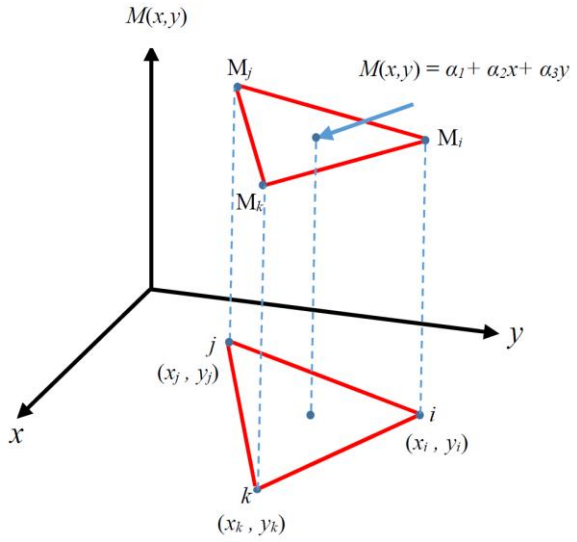
$$\vec{M}^{(e)} = \begin{Bmatrix} M_i \\ M_j \\ M_k \end{Bmatrix} \qquad \text{(رابطه ۷)}$$

جهت گسسته‌سازی دامنه مورد نظر و محاسبه رطوبت از المان مثلثی ساده دو بعدی (شکل ۱) استفاده شد و رطوبت به صورت تابع خطی زیر، فرض گردید:

$$M(x,y) = \alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 y \qquad \text{(رابطه ۸)}$$

از قرار دادن متغیر میدان (رطوبت) در گره‌ها:

$$M(x,y) = \mathrm{M}_i \quad at \quad (x = x_i\,, y = y_i) \qquad \text{(رابطه ۹)}$$
$$M(x,y) = \mathrm{M}_j \quad at \quad (x = x_j\,, y = y_j)$$
$$M(x,y) = \mathrm{M}_k \quad at \quad (x = x_k\,, y = y_k)$$



شکل ۱- المان مثلثی ساده

ضرایب α_1، α_2 و α_3 تعیین می‌شوند. آنگاه با کمک رابطه (۵) و ساده‌سازی، توابع شکل به صورت زیر تعیین می‌گردند.

(رابطه ۱۰)

$$N_i(x,y) = \frac{1}{2A}[a_i + b_i x + c_i y]$$
$$N_j(x,y) = \frac{1}{2A}[a_j + b_j x + c_j y]$$
$$N_k(x,y) = \frac{1}{2A}[a_k + b_k x + c_k y]$$

در رابطه فوق:

(رابطه ۱۱)

$$a_i = x_j y_k - x_k y_j \quad a_j = x_k y_i - x_i y_k \quad a_k = x_i y_j - x_j y_i$$

1. Galerkin approach
2. Fick's second law of diffusion
3. Mass transfer coefficient

www.SID.ir

Archive of SID

$$b_i = y_j - y_k \qquad b_j = y_k - y_i \qquad b_k = y_i - y_j$$
$$c_i = x_k - x_j \qquad c_j = x_i - x_k \qquad c_k = x_j - x_i$$

و

$$A = \frac{1}{2}\begin{vmatrix} 1 & x_i & y_i \\ 1 & x_j & y_j \\ 1 & x_k & y_k \end{vmatrix} \qquad \text{(رابطه ۵)}$$

استخراج معادلات ماتریسی به روش گلرکین

معادلات ماتریسی و بردار مشخصه المان با استفاده از روش باقی مانده‌های وزنی گلرکین، تعیین گردید. در این روش، وزن‌ها همان توابع شکل هستند که انتگرال باقی مانده‌های وزن‌دار، باید برابر صفر گردد:

$$\int_\Omega N.R\, d\Omega = 0 \qquad \text{(رابطه ۶)}$$

(رابطه ۷)

$$\{\mathrm{R}^{(\mathrm{e})}\} = \int_\Omega [N]^{\mathrm{T}} \left(D\left(\frac{\partial^2 M}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 M}{\partial y^2}\right) - \frac{\partial M}{\partial t}\right) d\Omega = 0$$

با جداسازی انتگرال فوق به دو قسمت مشتقات در زمان و مشتقات در مکان، $\{\mathrm{R}^{(\mathrm{e})}\}$ به شکل زیر تبدیل می‌گردد:

$$\{\mathrm{R}^{(\mathrm{e})}\} = \{\mathrm{R}^{(\mathrm{e})}{}_{\mathrm{D}}\} - \{\mathrm{R}^{(\mathrm{e})}{}_{\lambda}\} \qquad \text{(رابطه ۸)}$$

که:

$$\{\mathrm{R}^{(\mathrm{e})}{}_{\mathrm{D}}\} = \int_\Omega [N]^{\mathrm{T}}\, D\left(\frac{\partial^2 M}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 M}{\partial y^2}\right) d\Omega \qquad \text{(رابطه ۹)}$$

و:

$$\{\mathrm{R}^{(\mathrm{e})}{}_{\lambda}\} = \int_\Omega [N]^{\mathrm{T}} \left(\frac{\partial M}{\partial t}\right) d\Omega \qquad \text{(رابطه ۱۰)}$$

هر یک از دو انتگرال فوق به صورت روابط (۱۸) و (۱۹) می‌باشند:

(رابطه ۱۱)

$$\{\mathrm{R}^{(\mathrm{e})}{}_{\mathrm{D}}\} = -h_m \frac{L_{ij}}{6}\begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}\{M^{(e)}\} + h_m M_e \frac{L_{ij}}{2}\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} - \left(DA([B]^T * [B])\right)\{M^{(e)}\}$$

که در آن: $\mathrm{B} = \frac{1}{2A}\begin{bmatrix} b_i & b_j & b_k \\ c_i & c_j & c_k \end{bmatrix}$

و

$$\{\mathrm{R}^{(\mathrm{e})}{}_{\lambda}\} = \frac{A}{12}\begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}\{\dot{M}^{(e)}\} \qquad \text{(رابطه ۱۲)}$$

با استفاده از دو رابطه فوق، مقدار $\{\mathrm{R}^{(\mathrm{e})}\}$ المان به دست می‌آید.

(رابطه ۱۳)

$$\{\mathrm{R}^{(\mathrm{e})}\} = \left(-\frac{A}{12}\begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}\right)\{\dot{M}^{(e)}\} - DA([B]^T * [B])\{M^{(e)}\} - h_m \frac{L_{ij}}{6}\begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}\{M^{(e)}\} + h_m M_e \frac{L_{ij}}{2}\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

با مساوی صفر قرار دادن مقدار باقی مانده‌ها، رابطه زیر حاصل می‌گردد:

(رابطه ۱۴)

$$\left[c^{(e)}\right]_{3\times3}\{\dot{M}^{(e)}\} + \left[k^{(e)}\right]_{3\times3}\{M^{(e)}\} - \{f^{(e)}\}_{3\times1} = 0$$

در معادله فوق $[\mathrm{c}^{(\mathrm{e})}]$ ماتریس ظرفیت المان، $[\mathrm{k}^{(\mathrm{e})}]$ ماتریس سختی المان[1] و $\{\mathrm{f}^{(\mathrm{e})}\}$ بردار نیروی المان[2] می‌باشند. با بهره‌گیری از روند سختی مستقیم[3]، معادله فوق به صورت ماتریسی برای کل سیستم به شکل زیر، تبدیل می‌شود:

$$[C]\{\dot{M}\} + [K]\{M\} - \{F\} = 0 \qquad \text{(رابطه ۱۵)}$$

معادله فوق در واقع مجموع n معادله دیفرانسیل مرتبه اول می‌باشد (n تعداد گره‌ها) که برای حل آن می‌توان از روش عددی تفاضل محدود، بهره گرفت. قسمت زمانی معادله (۲۲) را می‌توان به شکل زیر نوشت:

$$\{\dot{M}\} = \frac{\{\dot{M}\}_{t+\Delta t} - \{\dot{M}\}_t}{\Delta t} \qquad \text{(رابطه ۱۶۳)}$$

و

$$\{M\} = \theta\{M\}_{t+\Delta t} + (1-\theta)\{M\}_t \qquad \text{(رابطه ۱۷۴)}$$

برای این منظور، روش‌های مختلفی مانند تفاضل پیشرو[4] ($\theta = 0$)، تفاضل مرکزی[5] ($\theta = 0.5$) و تفاضل پسرو[6] ($\theta = 1$) وجود دارد. در این مقاله از روش تفاضل پسرو، استفاده گردید که با ترکیب روابط (۲۲)، (۲۳) و (۲۴)، رابطه زیر حاصل می‌شود. (Rao, 2010).

(رابطه ۱۸)

$$([C] + \Delta t[K])\{M\}_{t+\Delta t} = ([C])\{M\}_t + \Delta t(\{F\}_{t+\Delta t})$$

روش تعیین رطوبت کل جسم

پس از حل معادلات، مقدار رطوبت همه گره‌ها در هر گام زمانی به دست می‌آید. برای اینکه بتوان یک رطوبت معین را در هر گام زمانی به رطوبت کل جسم، نسبت داد از سه روش استفاده شد.

در روش اول طبق معادله زیر، میانگین رطوبت همه گره‌ها در هر گام زمانی به عنوان رطوبت کل جسم در نظر گرفته شد.

$$\overline{M} = \frac{\sum_{i=1}^{N} M_i}{N} \qquad \text{(رابطه ۱۹)}$$

در روش دوم در هر گام زمانی، میانگین رطوبت گره‌های هر المان به عنوان رطوبت آن المان در نظر گرفته می‌شود. رطوبت بدست آمده برای هر المان در مساحت آن المان، ضرب می‌شود. در نهایت مجموع این حاصل‌ضرب بر مجموع مساحت المان‌ها، تقسیم می‌شود تا رطوبت کل جسم در آن گام زمانی بدست آید.

$$\overline{M} = \frac{\sum_{i=1}^{Ne}\left(\frac{M_i + M_j + M_k}{3} \times Area_e\right)}{\sum_{i=1}^{Ne}(Area_e)} \qquad \text{(رابطه ۲۰)}$$

روش سوم توسط (Haghighi and Segerlind, 1988) مطرح شد که بر اساس معادله زیر است.

1. Element stiffness matrix
2. Element load force vector
3. Direct stiffness method
4. Forward difference Scheme
5. Central difference Scheme
6. Backward difference scheme

www.SID.ir

Archive of SID

$$\bar{M}=\frac{\sum_{e=1}^{E}\frac{\pi A^{(e)}}{6}[(2r_i+r_j+r_k)M_i+(r_i+2r_j+r_k)M_j+(r_i+r_j+2r_k)M_k]}{\sum_{e=1}^{E}\frac{2\pi A^{(e)}}{3}(r_i+r_j+r_k)}$$ (رابطه ۲۱)

در معادله فوق r فاصله از مرکز المان تا گوشه هر المان، است. به منظور مقایسه داده‌های آزمایشی و داده‌های حاصل از روش اجزای محدود، پارامتر آماری ریشه میانگین مربعات خطا (RMSE) در نظر گرفته شد.

تعیین پارامترهای مورد نیاز برای شبیه‌سازی

برای اعتبارسنجی روش شبیه‌سازی ارائه شده، باید داده‌های حاصل از مدل‌سازی انجام شده توسط روش اجزای محدود را با داده‌های آزمایشی، مقایسه نمود. عامل‌های در نظر گرفته شده در فرآیند خشک‌کردن، شامل شدت تابش در چهار سطح با مقادیر صفر، ۲۰۰۰، ۴۰۰۰ و ۶۰۰۰ وات بر متر مربع، دمای هوا در سه سطح با مقادیر ۳۰، ۴۰ و ۵۰ درجه سلسیوس و سرعت هوای ورودی در سه سطح ۰/۵، ۱/۰ و ۱/۵ متر بر ثانیه بود.

برای این منظور می‌بایست با یک خشک‌کن، اقدام به خشک‌کردن محصول کرده و نمودارهای رطوبتی را بدست آورد. داده‌های آزمایشگاهی استفاده شده در این مقاله از نتایج تحقیق (Eshtiagh & Zare, 2015) که به بررسی فرآیند خشک‌کردن نخود فرنگی در یک خشک‌کن هوای گرم مادون قرمز پرداخته بودند، استفاده شد.

جهت محاسبه رطوبت با توجه به معادله (۱) و شرایط مرزی (۲)، می‌بایستی ضریب انتقال جرم (h_m) و ضریب انتشار (D) معلوم باشند.

محاسبه ضریب انتقال جرم

جهت محاسبه (h_m)، دانه مورد نظر در این تحقیق به صورت یک کره در نظر گرفته شد و رابطه (۲۸) برای این منظور استفاده گردید (Paitil, 1988):

$$h_m=\frac{D_{air}}{2R}(2+0.552\,Re^{0.5}Sc^{0.33})$$ (رابطه ۲۲)

که در آن Re و Sc به ترتیب اعداد رینولدز و اشمیت[1] هستند. R و D_{air} نیز به ترتیب شعاع معادل نمونه (نخود فرنگی) و ضریب انتشار آب در هوا[2] می‌باشند.

$$Re=\frac{ud\rho_{air}}{\mu}$$ (رابطه ۲۳)

$$Sc=\frac{\mu}{\rho_{air}D_{air}}$$ (رابطه ۲۴)

ضریب انتشار آب در هوا، مطابق فرمول زیر محاسبه شد (Eckert & Drake, 1987):

$$D_{air}=0.082872\frac{P_0}{P}\left(\frac{T+273.15}{256}\right)^{1.81}$$ (رابطه ۲۵)

در رابطه فوق T، P_0 و P به ترتیب دمای هوا برحسب درجه سلسیوس، فشار بخار محیط و فشار بخار جسم هستند. همچنین نسبت $\frac{P_0}{P}$ واحد فرض می‌گردد (Sarker *et al.*,1996).

تعیین شعاع معادل نمونه (دانه نخودفرنگی) با استفاده از روش پردازش تصویر

جهت محاسبه شعاع معادل نمونه نخودفرنگی از تکنیک پردازش تصویر، استفاده گردید. دوربین مورد استفاده، دوربین Canon IXUS 960 IS با کیفیت ۱۲/۱ مگاپیکسل، بود. با استفاده از عکس‌های تهیه شده از سه نمونه ۳۶ تایی و به کمک دستورات نرم‌افزار متلب، طول اضلاع بزرگ و کوچک (a و b) نمونه‌ها بدست آمد. آنگاه حجم محصول به کمک رابطه $V=4/3*\pi ab^2$ محاسبه شد. سپس با معادل قرار دادن حجم دانه (V) با حجم یک کره، قطر معادل نمونه مطابق با کار برزگر و همکاران به صورت زیر بدست آمد (Barzegar *et al., 2015*):

$$R=\left(\frac{3}{4\pi}V\right)^{1/3}$$ (رابطه ۳۲)

مقدار شعاع معادل با توجه به رابطه فوق۰/۰۲۷۲ ±۰/۵۰۲۷میلی‌متر تعیین شد که پس از گرد کردن، معادل ۵ میلی متر (شکل ۲) در محاسبات در نظر گرفته شد.

محاسبه ضریب انتشار

به منظور محاسبه ضریب انتشار (D)، بایستی تغییرات رطوبت در واحد زمان وجود داشته باشد تا بر اساس آن، ضریب نفوذ یا ضریب انتشار بدست آید. در این تحقیق از نمودار لگاریتمی نسبت رطوبتی MR بر حسب زمان، ضریب انتشار مؤثر محاسبه گردید. نسبت رطوبتی به صورت زیر بیان می‌شود:

$$MR=\frac{M-M_e}{M_0-M_e}$$ (رابطه ۳۳)

جهت محاسبه MR ($\mathrm{kg\,kg^{-1}}$)، به مقادیر رطوبت (M) بر حسب زمان نیازمند است که از داده‌های آزمایشگاهی حاصل از نتایج تحقیق (Eshtiagh & Zare, 2015) استفاده شد. در این پژوهش خشک شدن به صورت تک لایه در بستر خشک کن انجام شد. جهت شبیه‌سازی فرآیند خشک کردن، مقادیر رطوبت اولیه M_0 (%*w.b.*) ۷۲/۳۵±۰/۵۰ و رطوبت مورد نظر خشک کردن (%*w.b.*) ۲۵±۰/۵۰ در نظر گرفته شد. برای به دست آوردن رطوبت تعادلی، آزمایش‌ها تا زمانی که اختلاف بین دو وزن متوالی (در فاصله زمانی ۱ ساعت) به کمتر از ۰/۳ گرم می‌رسید، ادامه داشت. مقادیر رطوبت تعادلی بسته به شرایط خشک کردن بین (%*w.b.*) ۲۴-۱۶ متغیر بود (Eshtiagh , 2013).

انتشار رطوبتی در واقع عامل اصلی حرکت آب (مایع، گاز) به‌طرف سطح ماده می‌باشد. با در نظرگرفتن هندسه دانه به صورت یک کره، حل معادله فیک به صورت یک سری و طبق رابطه زیر

1. Schmidt number
2. Diffusivity of water in air

www.SID.ir

Archive of SID

می‌باشد (Crank, 1975; Brooker et el., 1992).

$$MR = \frac{6}{\pi^2}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^2}exp\left(\frac{-n^2\pi^2 D_{eff}t}{R^2}\right)$$ (رابطه ۳۴)

در معادله فوق R، شعاع معادل نمونه است که با استفاده از تکنیک پردازش تصویر، بدست آمد.

در حالتی که زمان خشک شدن طولانی باشد، تنها ترم اول معادله (۳۳) برای تعیین نسبت رطوبت، کافی است. بنابراین با قرار دادن $n=1$، رابطه (۳۴) به معادله زیر تبدیل می‌شود (Pala *et al*., 1996).

$$MR = \frac{6}{\pi^2}exp\left(\frac{-\pi^2 D_{eff}t}{R^2}\right)$$ (رابطه ۳۵)

با رسم نمودار لگاریتم طبیعی نسبت رطوبتی (Ln(MR))، بر حسب زمان (t)، می‌توان از طریق مقدار شیب‌خط، مطابق معادله زیر، ضریب انتشار مؤثر را محاسبه نمود (Lomauro *et al*., 1985; Tutuncu & Labuza, 1996).

$$Ln(MR) = Ln\left(\frac{6}{\pi^2}\right) - \left(\frac{\pi^2 D_{eff}t}{R^2}\right)$$ (رابطه ۳۶)

در این تحقیق، برای مدل‌سازی مسأله مورد نظر و تعیین رطوبت به روش اجزای محدود، یک کد کامپیوتری در نرم‌افزار متلب، نسخه ۲۰۱۴ تهیه گردید. برای مدل‌سازی، دانه نخودفرنگی به صورت یک کره در نظر گرفته شد. با توجه به ضریب کرویت نخود فرنگی که از تحلیل عکس‌های گرفته شده، بدست آمد و همچنین متقارن بودن دانه، یک چهارم دایره به عنوان هندسه مدل در نظر گرفته شد و به کمک دستورات برنامه، شبکه‌بندی مدل انجام شد. در مرحله بعد با توجه به رابطه (۲۳)، با حل دستگاه معادلات سیستم با روش تفاضل محدود، رطوبت همه گره‌ها در هر گام زمانی حاصل گردید. سرانجام نمودار رطوبتی با توجه به داده‌های حاصل از مدل بدست آمد و با داده‌های آزمایشی (Eshtiagh & Zare, 2015) مقایسه گردید.

نتایج و بحث

معادله حاکم بر انتقال رطوبت در حالت دو بعدی، توسط معادلات دیفرانسیلی مرتبه اول به روش تفاضل پسرو با گام‌های زمانی مختلف، حل گردید و مقادیر رطوبت در تمام نقاط در دامنه مورد نظر به دست آمد. به‌منظور ساده‌سازی در نام‌گذاری آزمایش‌ها از کدگذاری استفاده شد. دما با علامت اختصاری T، سرعت هوا با V و شدت تابش با W در جدول ۱ مشخص شد.

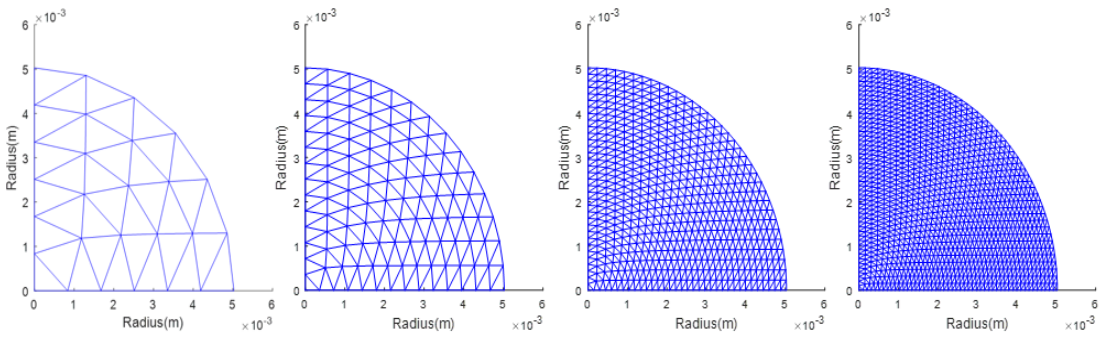
یکی از عوامل مؤثر بر دقت و حجم محاسبات در روش اجزای محدود، اندازه و تعداد المان‌ها در شبکه‌بندی دامنه مورد نظر است. در این تحقیق از چهار سطح شبکه‌بندی مختلف (شکل ۲)، استفاده شد. تعداد المان‌ها و گره‌ها در هر شبکه‌بندی مطابق جدول ۲ می‌باشد.

جدول ۱- نشانه گذاری اختصاری تیمارها

دمای هوا(°C)		سرعت هوا($m.s^{-1}$)		شدت تابش $W.m^{-2}$	
سطح	اختصاری	سطح	اختصاری	سطح	اختصاری
۳۰	T1	۰/۵	V1	۰	W1
۴۰	T2	۱/.	V2	۲۰۰۰	W2
۵۰	T3	۱/۵	V3	۴۰۰۰	W3
				۶۰۰۰	W4

جدول ۲- تعداد المان‌ها و گره‌ها در سطوح مختلف شبکه‌بندی

	سطح ۱	سطح ۲	سطح ۳	سطح ۴
تعداد گره	۲۸	۱۲۰	۶۳۰	۱۲۷۵
تعداد المان	۳۴	۱۹۶	۱۱۵۶	۲۴۰۱



شبکه‌بندی سطح ۱ شبکه‌بندی سطح ۲ شبکه‌بندی سطح ۳ شبکه‌بندی سطح ۴

شکل ۲- سطوح شبکه‌بندی دانه نخودفرنگی

www.SID.ir

Archive of SID

به‌منظور دستیابی به بهترین مدل، ابتدا اثر شبکه‌بندی بررسی شد. بدین منظور در هر یک از سه روش تعیین رطوبت کل و برای هر یک از گام‌های زمانی، میزان تغییرات پاسخ مدل به عنوان مبنای مقایسه در نظر گرفته شد. رابطه زیر، نحوه مقایسه را نشان می‌دهد.

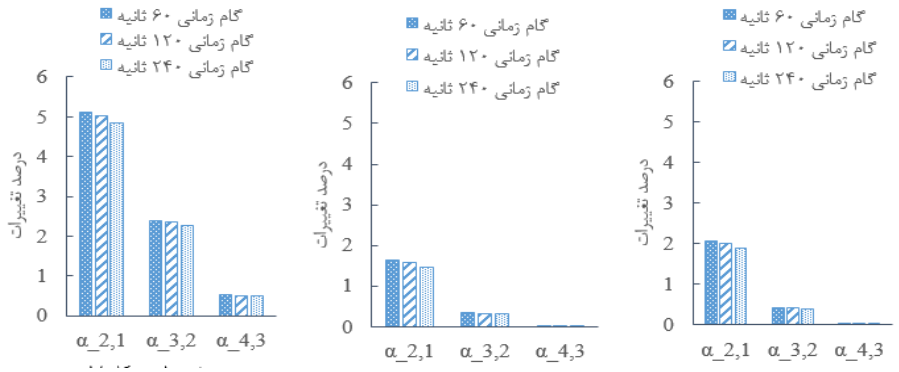
$$\alpha_{p,q} = \frac{1}{n} \times \sum_{j=1}^{n} \frac{(M_a)_j - (M_b)_j}{(M_b)_j} \times 100 \qquad \text{(رابطه ۲۶۷)}$$

شبکه‌بندی

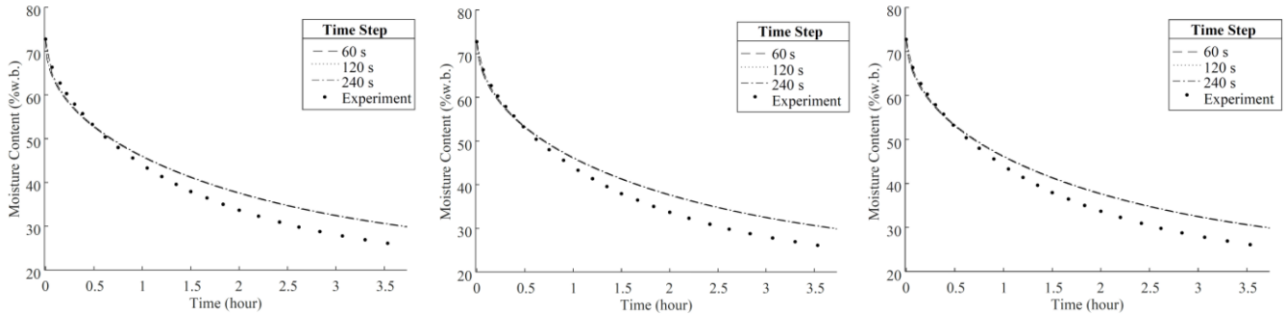
نتایج مقایسه اثر شبکه‌بندی برای تعیین رطوبت کل جسم با سه روش ذکر شده در قسمت مواد و روش‌ها در شکل ۳ نشان داده شده است. با توجه به شکل، می‌توان نتیجه گرفت در هر سه روش تعیین رطوبت کل و در هر سه‌گام زمانی، با تغییر شبکه‌بندی از سطح اول به دوم، پاسخ مدل تغییرات محسوسی دارد ($\alpha_{2,1} > 1\%$). در روش اول با تغییر شبکه‌بندی از سطح ۲ به سطح ۳، همچنان پاسخ مدل تغییرات محسوسی دارد ($\alpha_{3,2} > 1\%$) اما با ریزتر کردن مش و انتخاب شبکه‌بندی سطح ۴، تغییرات کمتری مشاهده می‌شود ($\alpha_{4,3} < 1\%$) است. در روش دوم و سوم با ریزتر کردن مش و انتخاب شبکه‌بندی سطح ۳ و ۴، تغییرات کمی در پاسخ مدل مشاهده می‌شود ($\alpha_{3,2} < 1$ و $\alpha_{4,3} < 1\%$). با توجه به مطالب فوق، شبکه‌بندی سطح سوم به عنوان شبکه‌بندی مناسب، انتخاب گردید.

گام زمانی

به‌منظور بررسی گام‌های زمانی، میزان تطابق پاسخ مدل در هر گام زمانی با داده‌های آزمایشی، مورد بررسی قرار گرفت. با توجه به بخش قبل، شبکه‌بندی سطح سوم استفاده شد. پاسخ به ازای گام‌های زمانی متفاوت برای هر سه روش تعیین رطوبت کل در شکل ۴ نشان داده شده است. مشاهده می‌شود که پاسخ شبکه برای گام‌های زمانی مختلف، یکسان است. از آنجا که در مقایسه‌های بعدی نیاز است تا زمان‌های داده‌برداری به‌منظور مقایسه‌های کمی پوشش داده شود، لذا از گام زمانی ۶۰ ثانیه برای ادامه کار استفاده شد.



شکل ۳. نمودار درصد تغییرات پاسخ مدل اجزای محدود دوبعدی به ازای تغییرات سطح شبکه بندی برای تیمار T2V3W3



شکل۴. پاسخ مدل به ازای شبکه‌بندی سطح سوم برای تیمار T2V3W3 به ازای الف. تعیین رطوبت کل (محاسبه با روش اول)، ب. تعیین رطوبت کل (محاسبه با روش دوم)، ج. تعیین رطوبت کل (محاسبه با روش سوم)

تعیین رطوبت کل

در این تحقیق، همان‌طور که در قسمت مواد و روش‌ها توضیح داده شد، سه روش برای تعیین رطوبت کل در نظر گرفته شد. شکل‌های زیر، پاسخ مدل به ازای سه روش رطوبت کل را نشان می‌دهد. در هر سه روش از گام زمانی ۶۰ ثانیه و شبکه‌بندی سطح سوم، استفاده شد. با توجه به نمودارها مشاهده می‌شود که پاسخ

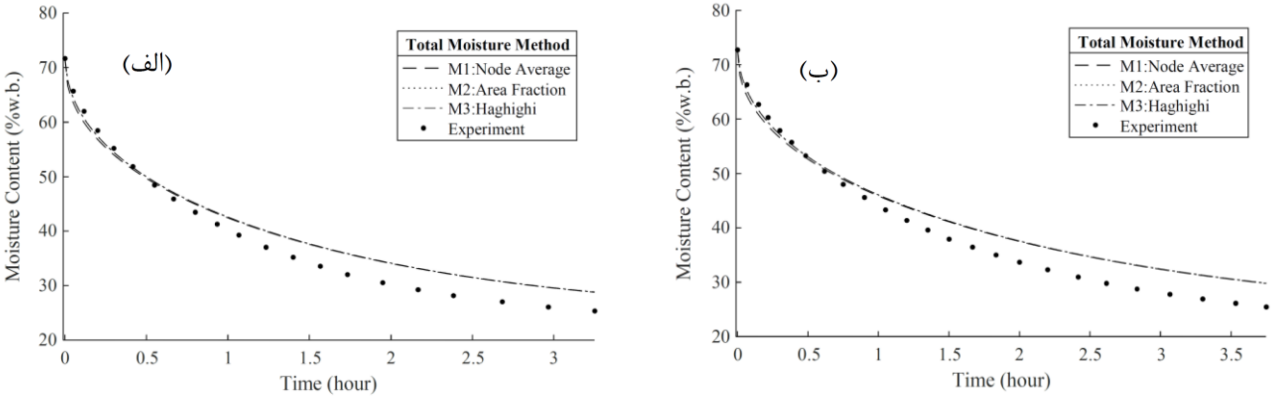
www.SID.ir

Archive of SID

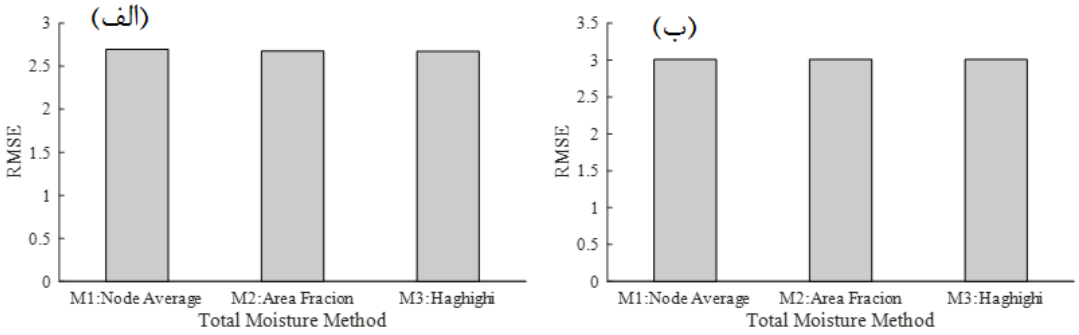
مدل به ازای هر سه روش، تقریباً یکسان است.

برای بررسی دقیق‌تر بین سه روش، جهت تعیین رطوبت کل از ریشه میانگین مربعات خطا، استفاده شد (شکل ۶). با توجه به این نمودارها، مشاهده می‌شود که تفاوت چندانی بین پاسخ سه روش، وجود ندارد.

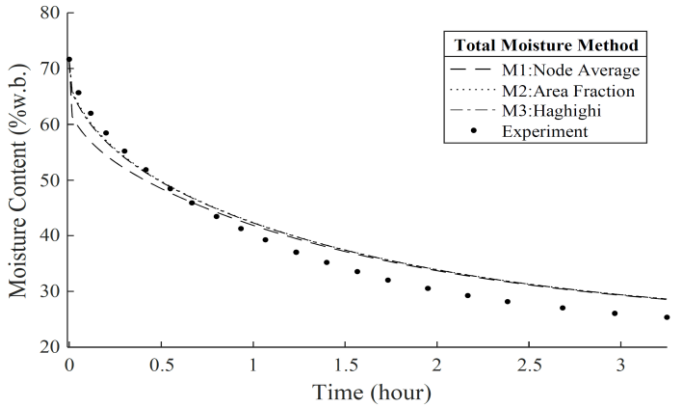
با توجه به شکل‌های ۵ و ۶ مشاهده می‌شود که پاسخ هر سه روش رطوبت کل به ازای شبکه‌بندی سطح سوم، یکسان است. به‌منظور بررسی حساسیت هر روش نسبت به سطح شبکه‌بندی، پاسخ مدل برای مش‌بندی سطح ۱ به ازای هر سه روش، در شکل ۷ ترسیم شده است. مشاهده می‌شود که روش اول برای تعیین رطوبت کل، نسبت به سطح شبکه‌بندی، حساسیت دارد و در شبکه‌بندی‌های درشت‌تر، خطای مدل افزایش می‌یابد.



شکل ۵. پاسخ مدل به ازای گام زمانی ۶۰ ثانیه و شبکه‌بندی سطح ۳ برای الف. تیمار T1V2W4 ب. تیمارT2V3W3



شکل ۶. مقدار خطای RMSE به ازای گام زمانی ۶۰ ثانیه و شبکه‌بندی سطح ۳ برای الف. تیمار T1V2W4 ب. تیمارT2V3W3



شکل ۷. پاسخ مدل به ازای گام زمانی ۶۰ ثانیه و شبکه‌بندی سطح ۱ برای تیمار T2V3W3

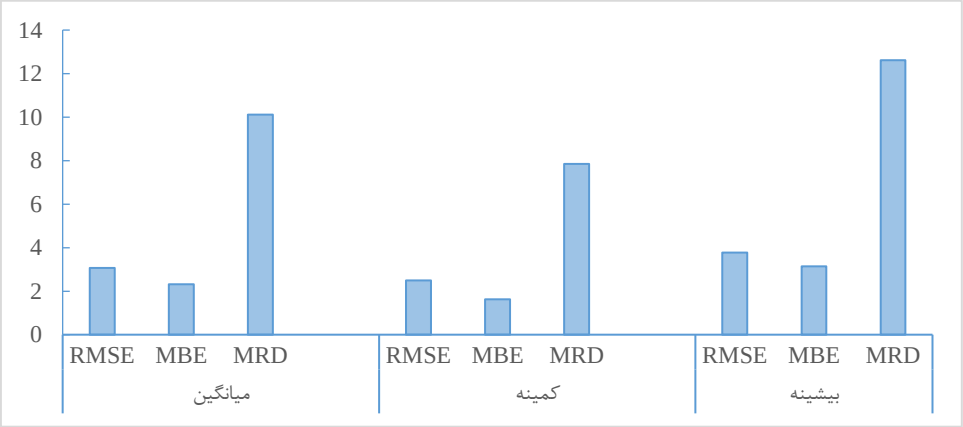
با توجه به مطالب عنوان‌شده در بندهای قبل، جهت مدل‌سازی اجزای محدود، شبکه‌بندی سطح سوم با ۶۳۰ گره و ۱۱۵۶ المان، انتخاب گردید. جهت حل معادلات تفاضل محدود، روش تفاضل پسرو با گام زمانی ۶۰ ثانیه استفاده شد. به منظور محاسبه رطوبت کل، روش دوم در نظر گرفته شد.

با انتخاب مناسب‌ترین حالت برای مدل اجزای محدود دو بعدی، به مقایسه دقت پاسخ مدل به ازای هر سه روش، پرداخته شد. شکل ۸ نمودار میانگین، کمینه و بیشنه خطای مدل‌سازی را

www.SID.ir

Archive of SID

برای روش اجزای محدود دو بعدی، نشان می‌دهد.



شکل ۸. نمودار میانگین ، کمینه و بیشنه خطای مدل‌سازی

در نمودار فوق، RMSE، MBE و MRD به ترتیب ریشه میانگین مربعات خطا، میانگین خطای بایاس و میانگین خطای نسبی هستند. نتایج بدست آمده در تطابق با کار (**Beigi, 2017**) می‌باشد.

نتیجه‌گیری

روش اجزای محدود دو بعدی با دقت قابل قبولی، داده‌های رطوبتی را شبیه‌سازی کرد. سطح سوم شبکه‌بندی با ۱۱۵۶ المان در روش اجزای محدود به منظور شبکه‌بندی هندسه مدل در نظر گرفته شد. برای محاسبه رطوبت کل جسم در روش اجزای محدود دوبعدی، روش دوم انتخاب شد. به منظور حل سیستم نهایی معادلات حاصل از روش اجزای محدود، روش تفاضل پسرو با گام زمانی ۶۰ ثانیه، انتخاب شد. به کمک شبیه‌سازی خشک‌کردن به روش اجزای محدود، می‌توان نمودار تغییرات رطوبت قسمت‌های مختلف جسم را در طول زمان رسم کرد و با استفاده از آن، اطلاعاتی در مورد چگونگی گرادیان رطوبتی و دینامیک انتقال رطوبت داخل نمونه، بدست آورد.

REFERENCES

Apinyavisit, K., Nathakaranakule, A., Mittal, G. S. & Soponronnarit, S. (2018). Heat and mass transfer properties of longan shrinking from a spherical to an irregular shape during drying. Biosystems Engineering, 169, 11-21.

Barzegar, M., Zare, D. & Stroshine, R.L. (2015). An integrated energy and quality approach to optimization of green peas drying in a hot air infrared-assisted vibratory bed dryer. Journal of Food Engineering, 166: 302-315.

Beigi, M. (2017). Numerical simulation of potato slices drying using a two-dimensional finite element model. Chemical Industry & Chemical Engineering Quarterly, 23 (3), 431-440.

Brooker, D. B., Bakker-Arkema, F. W. & Hall, C. W. (1992). *Drying and storage of grains and oilseeds*. New York, USA: Van Nostrand Reinhold.

Crank, J. (1975). *The mathematics of diffusion* (6th ed.). London: Oxford.

Eckert, E. R. G. & Drake. R. M. (1987). *Analysis of heat and mass transfer*. New York, USA: Hemisphere Publishing Corporation.

Castroa, A. M., Mayorgab, E.Y. & Morenoc, F.L. (2019). Mathematical modelling of convective drying of feijoa (Acca sellowiana Berg) slices. *Journal of Food Engineering*, 252, 44-52.

Eshtiagh, A., 2013. Modeling and validation of green peas drying process in a hot-air infrared dryer, Unpublished MS Thesis, Shiraz University, Shiraz, Iran.

Eshtiagh, A. & Zare, D. (2015). Modeling of thin layer hot air-infrared drying of green peas. D. Modeling of Thin Layer Hot Air-Infrared Drying of Green Pea. *Agricultural Engineering International: CIGR Journal*, *23*(4), 246-258.

Haghigh, K. & Segerlind, L. J. (1988). Modeling Simultaneous Heat and Mass Transfer in an Isotropic Sphere-A Finite Element Approach. *Transactions of the ASAE*, 31(2), 629-637.

Janjai, S., Lamlert, N., Intawee, P., Mahayothee, B., Haewsungcharern, M., Bala, B. K., Nagle, M., Lies, H. & Muller, J. (2008b). Finite element simulation of drying of longan fruit. *Drying Technology*, 26, 666–674.

Janjai, S., Lamlert, N., Intawee, P., Mahayothee, B., Haewsungcharern, M., Bala, B. K., Nagle, M., Lies, H. & Muller, J. (2008a). Finite element simulation of drying of mango. *Biosystems Engineering*, 99, 523-531.

Lomauro C. J., Bakshi, A. S. & Labuza, T. P. (1985). Moisture transfer properties of dry and semomoist foods. *Journal of Food Science*, 50, 397-400.

Nilnont W., Thepa S., Janjai S., Kasayapanand N., Thamrongmas C. & Bala, B. K., (2012). Finite element simulation for coffee (Coffea arabica) drying. *Food and Bioproducts Processing*, 90(2), 341-350.

Paitil, N. D. (1988). Evaluation of diffusion equation for

www.SID.ir

Archive of SID

simulating moisture movement within an individual grain kernel. *Drying Technology*, 6(1): 21–42.

Pala, M., Mahmutoglu, T. & Saygi, B. (1996). Effects of pretreatments on the quality of open-air and solar dried apricots. *Molecular Nutrition & Food Research*, 40, 137–141.

Pankaew, P., Janjai, S., Nilnont, W., Phusampao, C. & Bala, B. K. (2016). Moisture desorption isotherm, diffusivity and finite element simulation of drying of macadamia nut (Macadamia integrifolia). *Food and Bioproducts Processing*, 100, 16-24.

Pasban, P., Sadrnia, H., Mohebbi, M. & Shahidi, S. A. (2017). Spectral method for simulating 3D heat and mass transfer during drying of apple slices. *Journal of Food Engineering*, 212, 201-212.

Rafiee, S., Omid, M. & Yadollahinia, A. (2008). Finite element simulation of rough rice kernel (Oryza sativa L.) cv. Fajer drying. Chemical Product and Process Modeling, 3(1).125-134.

Rao, S. S. (2010). *The finite element method in engineering*. Burlington, USA: Elsevier.

Sarker, N. N., Kunze, O. R. & Strouboulis, T. (1996). Transient moisture gradient in rough rice mapped with finite element model and related to fissure after heated air drying. *Transaction of the ASAE, 39*, 625-631.

Sarker, N. N., Kunze, O. R. & Strouboulis, T. (1999). Finite element simulation of rough rice drying. *Drying Technology*, 12 (4), 761-775.

Tutuncu, A. M. & Labuza, T. P. (1996). Effect of geometry on the effective moisture transfer diffusion coefficient. *Journal of Food Engineering*, 30, 433-447.

Zare D., Minai S., Mohamad Zadeh M. & Khoshtaghaza M. H. (2006). Computer Simulation of Rough Rice Drying in a Batch Dryer. *Energy Conversion and Management*, 47, 3241-3254.

Zare D., Ranjbaran M., (2012). Simulation and validation of microwave-assisted fluidized bed drying of soybean. *Drying Technology. An International Journal*, 30, 236–247.

www.SID.ir