Archive of SID

فرآیندهای نوین در مهندسی مواد، سال پانزدهم – شماره دوم – تابستان ۱۴۰۰ (شماره پیاپی ۵۷)، ص‌ص. ۱-۱۱

فصلنامه علمی پژوهشی

فرآیندهای نوین در مهندسی مواد

ma.iaumajlesi.ac.ir

بررسی اثر اندازه در آزمون فشار به کمک مدل ترکیبی هیل- تیلور

فراز رحیم زاده لطف‌آباد[۱]، رامین ابراهیمی[۲*]

۱- دانشجوی کارشناسی ارشد، بخش مهندسی مواد- شکل‌دادن فلزات، دانشگاه شیراز، شیراز، ایران.

۲- استاد، بخش مهندسی مواد، دانشگاه شیراز، شیراز، ایران.

* ebrahimy@shiazu.ac.ir

اطلاعات مقاله

دریافت: ۱۳۹۹/۰۴/۲۵

پذیرش: ۱۳۹۹/۰۷/۳۰

کلید واژگان:

ریز شکل‌دهی

اثر اندازه

مدل تیلور

پلاستیسیته‌ی کریستال

چکیده

در این مقاله، ابتدا با ترکیب مفاهیم پلاستیسته‌ی کریستال ارائه شده توسط تیلور و فرم ریاضی معیار تسلیم هیل برای توصیف ناهمسانگردی، مدل نوینی جهت توصیف پاسخ مکانیکی دانه‌ها در نمونه برحسب جهت‌گیری آن‌ها توسعه داده شد. مزیت این روش نسبت به دیگر روش‌های المان محدود پلاستیسته‌ی کریستال در آن است که در کدهای مرسوم پلاستیسیته‌ی کریستال، عموماً تمام سیستم‌های لغزش فعال در نظر گرفته می‌شوند که این فرض معتبر نیست، اما در این روش، تغییر شکل با ۵ سیستم لغزش مدنظر قرار می‌گیرد. با به‌کارگیری این مدل که مدل ترکیبی هیل-تیلور نامیده شد، آزمون فشار نمونه‌هایی متشکل از تعداد دانه‌ی مختلف با جهت‌گیری تصادفی شبیه‌سازی شد و حالت کرنش هر دانه و شرط رفع اثر اندازه در هندسه‌ی نهایی نمونه، مورد بررسی قرار گرفت. نتایج این پژوهش حاکی از آن است که حالت کرنش هر دانه در ماده وابسته به جهت‌گیری آن، منحصر به فرد بوده و حالت کرنش با عبور از مرز دانه‌ها به‌صورت ناگهانی تغییر می‌کند. همچنین مشاهده شد که با افزایش تعداد دانه‌ها، هندسه‌ی نهایی به هندسه‌ی ایده‌آلی که در آزمون فشار مورد انتظار است نزدیک می‌شود. میل کردن هندسه نهایی به هندسه ایده‌آل، از نقطه‌نظر آماری مورد بررسی قرار گرفت و مشخص شد با افزایش تعداد دانه‌ها در یک سطح مقطع ثابت با وجود حفظ پراکندگی حالت کرنش دانه‌ها، میانگین حالت کرنش در مسیرهای شعاعی مختلف به سمت حالت کرنش ایده‌آل میل می‌کند.

Investigation of the Size Effect in Compression Test by Combined Hill-Taylor Theory

Faraz Rahimzadeh Lotfabad[1], Ramin Ebrahimi[2*]

1- M. Sc. Student, Department of Materials Science and Engineering-Metal Forming, Shiraz University, Shiraz, Iran.

2- Professor, Department of Materials Science and Engineering, Shiraz University, Shiraz, Iran.

* ebrahimy@shirazu.ac.ir

Article Information

Original Research Paper

Doi:

10.30495/apme.2021.1904499.2005

Keywords:

Microforming

Size Effect

Taylor Model

Crystal Plasticity

Abstract

In this paper, first the crystal plasticity notions developed by Taylor are combined with the mathematical form of Hill's yield criterion for the anisotropic materials and a novel model is developed for description of mechanical response of grains in a specimen, based on their orientation. The advantage of the proposed model compared to other crystal plasticity finite element techniques is that in the conventional crystal plasticity codes, the deformation taken to be consisted of slip on all slip systems which is not valid assumption, yet here, the deformation taken to be consisted of slip on 5 slip systems. Using the proposed model which is called combined Hill-Taylor model, compression test of specimens with different number of grains are simulated and the state of strain in each grain and the condition for elimination of size effect in the final geometry of specimen is studied. The results suggest that the state of strain in each grain is individual and depends on the orientation of that gain which changes abruptly by passing through the grain boundaries. It is also observed that as the number of grains increases, the final geometry approaches to the expected ideal geometry. This trend is studied in statistical point of view and it became clear that as the number of grains increases the average of the state of strain approaches the ideal condition while the scatter in the state of strain in grains continue to maintain.

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

Please cite this article using:

Faraz Rahimzadeh Lotfabad, Ramin Ebrahimi, Investigation of the Size Effect in Compression Test by Combined Hill-Taylor Theory, New Process in Material Engineering, 2021, 15(2), 1-11.

www.SID.ir

Archive of SID

۱- مقدمه

امروزه نیاز رو به رشدی در بسیاری از صنایع جهت تولید قطعاتی با ابعاد هرچه ریزتر وجود دارد. تا پیش از سال ۱۹۹۰ روش‌های غالب برای تولید این قطعات استفاده از تکنیک‌هایی مانند برش لیزر بود که نیازمند صرف هزینه و زمان زیادی بودند، اما در این سال این ایده مطرح شد که به‌منظور کاهش هزینه و زمان، از روش‌های شکل‌دهی فلزات برای تولید این قطعات استفاده شود که در نتیجه‌ی آن زمینه‌ی مطالعاتی جدیدی تحت عنوان ریز شکل‌دهی [1] ایجاد شد [۱]؛ اما از همان ابتدا، چالش‌های اساسی در به‌کارگیری روش‌های شکل‌دهی برای تولید ریز قطعات[2] نمایان شد. برای مثال مشاهده شد که با کاهش ابعاد نمونه تا جایی که ابعاد نمونه و دانه‌های سازنده‌ی آن قابل قیاس باشند، پراکندگی در رفتار مکانیکی نمونه‌های مختلف ساخته شده از یک ماده‌ی یکسان افزایش می‌یابد [۲ – ۳] و یا هندسه‌ی نهایی نمونه‌های آزمون فشار شکل نامنظمی به خود می‌گیرند [۴ – ۵]. به مجموعه‌ی چنین تغییراتی در رفتار ماده که در اثر نزدیک شدن ابعاد نمونه و ابعاد دانه‌های سازنده‌ی آن ایجاد می‌شود، اثر اندازه[3] گفته می‌شود [۶].

برای بررسی اثر اندازه نیاز به مدل‌هایی است که تغییر شکل نمونه را بنیادی‌تر مورد بررسی قرار دهند. یکی از مدل‌های موفق در توضیح تغییر شکل دانه‌ها در یک ماده‌ی پلی‌کریستال توسط تیلور ارائه شده است. بر اساس این مدل، برای حفظ سازگاری هندسی و پیوستگی دانه‌ها در ضمن تغییر شکل، هر دانه مشابه کل ماده تغییر شکل می‌بیند و در هر دانه ترکیبی از ۵ سیستم لغزش فعال می‌شوند که مجموعاً به کمترین مقدار مطلق کرنش برشی برای ایجاد تغییر شکل مشخص شده نیاز داشته باشند. در یک فلز با ساختار fcc، ۱۲ سیستم لغزش مجزا وجود دارد و در نتیجه برای هر دانه با جهت‌گیری مشخص، ۷۹۲ ترکیب ۵ تایی از ۱۲ سیستم لغزش قابل انتخاب است که می‌بایست مورد بررسی قرار گیرند تا مشخص شود کدام ترکیب با کمترین مجموع مقدار کرنش برشی بر روی صفحات لغزش، تغییر شکل اعمال شده را ایجاد می‌کند. هرچند با در نظرگیری برخی شرایط ریاضی-فیزیکی می‌توان تعداد انتخاب‌هایی که لازم است مورد بررسی قرار گیرند را به ۹۶ کاهش داد [۹-۷].

با وجود اینکه به‌کارگیری تئوری تیلور در فرآیندهایی که مسیر کرنش در تمام نقاط ماده یکسان است، ساده است اما به‌کارگیری این تئوری در مدل‌های المان محدود برای بررسی اثر اندازه در فرآیندهای پیچیده‌تر و یا مطالعه‌ی اثر اندازه در هندسه‌ی نهایی نمونه پیچیدگی‌های ویژه‌ی خود را دارد. از این رو در عمده پژوهش‌ها تلاش می‌شود با شیوه‌هایی از نتایج تئوری تیلور استفاده شود، برخی از این روش‌ها عبارت‌اند از: مدل‌های بر پایه‌ی قانون مخلوط‌ها برای بیان استحکام کلی ماده برحسب استحکام دانه‌های سطحی و دانه‌های عمقی [۱۰-۱۳]، مدل‌های آماری بر اساس بررسی توزیع فاکتور تیلور برای ساختارهای با جهت‌گیری تصادفی و بافت‌دار [۱۴ – ۱۵] و مدل‌های المان محدود پلاستیسیته‌ی کریستال[4] که در ادامه در ارتباط با این مدل‌ها بیشتر توضیح داده خواهد شد.

در مدل‌های رایج المان محدود پلاستیسته‌ی کریستال، ابتدا تنش‌ها از روی کرنش‌های الاستیک محاسبه می‌شوند و سپس مؤلفه‌های تنش برشی بر روی هریک از سیستم‌های لغزش با استفاده از قانون تبدیل[5] به دست می‌آید. برای محاسبه‌ی نرخ کرنش بر روی سیستم‌های لغزش، چنین فرض می‌شود که تمام سیستم‌های لغزش در هر نقطه فعال هستند و نرخ کرنش برشی در این سیستم‌های لغزش متناسب با تنش برشی تجزیه شده در آن راستا و صفحه تغییر می‌کند [۱۶]. در عمل این شرایط بسیار از حقیقت دور است، زیرا ۱) این قاعده به‌خوبی توسط اشمید نشان داده شده است که صفحات لغزش زمانی فعال می‌شوند که تنش برشی بر روی آن‌ها به مقدار بحرانی τ_{CRSS} برسد در نتیجه فعال در نظر گرفتن تمامی صفحات لغزش به‌صورت پیش‌فرض همراه با خطا است، هرچند این

www.SID.ir

Archive of SID

شکاف در برخی پژوهش‌ها با ارائه روابط مناسب تا حدودی پوشش داده شده است [۱۷]، ۲) در این روش‌ها تضمینی وجود ندارد که یک صفحه لغزش تحت تنش برشی‌ای بیشتر از τ_{CRSS} قرار نگیرد، اعمال تنش بیشتر از مقاومت ماده به آن، به لحاظ فیزیکی بی‌معناست و ۳) این امر به‌خوبی توسط تیلور نشان داده شده است که از نقطه‌نظر انرژی، لغزش بر روی ترکیبی بیشتر از ۵ سیستم لغزش، نیازمند انرژی بیشتری است (در موارد نادری انرژی برای هر دو حالت یکسان خواهد بود)، در نتیجه ماده مسیری را برای تغییر شکل انتخاب خواهد کرد که کمترین انرژی را لازم داشته باشد یعنی لغزش بر روی ترکیبی از ۵ سیستم لغزش و نه برای مثال فعالیت تمام ۱۲ سیستم لغزش در ساختار fcc.

در این پژوهش مفاهیم ارائه شده توسط تیلور و معیار تسلیم هیل برای مواد ناهمسانگرد ترکیب شد تا ابتدا به مدل نوینی برای توصیف سطح تسلیم دانه‌ها در یک ماده‌ی پلی‌کریستال دست یافت و سپس با به‌کارگیری آن در شبیه‌سازی، اثر اندازه در آزمون فشار برای نمونه‌هایی با اندازه دانه‌ی متفاوت را مورد بررسی قرار داد. رویکرد مورد استفاده در این پژوهش به‌نوبه‌ی خود شیوه‌ی جدیدی در مدل‌سازی‌های پلاستیسیته‌ی کریستال است و مزیت این روش در قیاس با سایر کدهای پلاستیسته‌ی کریستال در آن است که مفهوم تغییر شکل با لغزش بر روی ترکیبی از ۵ سیستم لغزش با مینیمم انرژی لازم (از طریق تعیین ضرایب معیار تسلیم هیل با استفاده از فاکتور تیلور برای حالات مختلف تسلیم) در نظر گرفته می‌شود. در این مقاله همچنین به کمک نتایج حاصل از این پژوهش، اثر اندازه در هندسه‌ی نهایی نمونه و شرایط لازم برای تکرارپذیری هندسه‌ی نهایی نمونه به‌صورت تحلیلی-عددی مورد بررسی قرار می‌گیرد که تاکنون در سابقه‌ی پژوهشی به آن پرداخته نشده است.

۲- مواد و روش تحقیق

۲-۱- ارائه مدل

بیان ریاضی مدل تیلور به شکل رابطه‌ی ۱ است [۷].

$$M = \frac{\bar{\sigma}}{\tau_{CRSS}} = \frac{\sum_{i=1}^{5} d\gamma_i|_{min}}{d\bar{\varepsilon}} \qquad (۱)$$

که در این رابطه M فاکتور تیلور، $\bar{\sigma}$ تنش مؤثر تسلیم دانه، τ_{CRSS} تنش بحرانی شروع لغزش بر روی صفحات لغزش، $d\bar{\varepsilon}$ دیفرانسیل کرنش مؤثر و $d\gamma_i$ دیفرانسیل کرنش برشی بر روی سیستم لغزش iام است. به کمک مدل تیلور می‌توان نشان داد رفتار مکانیکی یک کریستال در یک ماده‌ی پلی‌کریستال ناهمسانگرد است، برای مثال اگر یک کریستال در یک پلی‌کریستال نسبت به دستگاه مختصات بیرونی و دلخواه XYZ دارای جهت‌گیری $(\varphi_1, \Phi, \varphi_1) = (54°, 71.4°, 186.7°)$ باشد و پلی‌کریستال در جهت X تحت تنش قرار گیرد به‌طوری‌که حالت کرنش در کریستال مدنظر به‌صورت $[\varepsilon]_{XYZ} = diag[1, -0.5, -0.5]$ باشد، فاکتور تیلور (که با توجه به حالت کرنش M_{XX} نامیده می‌شود) برابر با ۳/۱۳۷۳ خواهد بود و در نتیجه با استفاده از رابطه‌ی ۱ می‌توان گفت تنش مؤثر لازم برای تغییر شکل آن کریستال برابر $\sigma_Z^Y = 3.1373\tau_{CRSS}$ است. حال اگر نمونه در جهت Z تحت تنش قرار گیرد به‌طوری‌که حالت کرنش به‌صورت $[\varepsilon]_{XYZ} = diag[-0.5, -0.5, 1]$ شود، در نتیجه فاکتور تیلور (که با توجه به حالت کرنش M_{ZZ} نامیده می‌شود) برای همان کریستال برابر ۲/۵۴۴۲ خواهد بود و در نتیجه تنش مؤثر لازم برای تغییر شکل آن کریستال برابر $\sigma_Z^Y = 2.5442\tau_{CRSS}$ است. این مثال به‌خوبی تفاوت خواص مکانیکی یک کریستال در یک ماده‌ی پلی‌کریستال در جهات مختلف را نشان می‌دهد. روابط حاکم بر تسلیم و تغییر شکل پلاستیک یک ماده‌ی ناهمسانگرد را می‌توان با استفاده از معیار تسلیم هیل فرموله کرد [۱۸ و ۱۹]. شکل ریاضی این معیار، در رابطه‌ی ۲ آورده شده است.

$$\begin{aligned} F(\sigma_{YY} - \sigma_{ZZ})^2 + G(\sigma_{ZZ} - \sigma_{XX})^2 \\ + H(\sigma_{XX} - \sigma_{YY})^2 + 2L\sigma_{YZ}^2 \\ + 2M\sigma_{ZX}^2 + 2N\sigma_{XY}^2 = 1 \end{aligned} \qquad (۲)$$

www.SID.ir

Archive of SID

که در این معیار، ضرایب F، G، ... و N را می‌توان به شکل نشان داده شده در رابطه‌ی ۳، به تنش تسلیم ماده در راستاهای X، Y و Z و تنش تسلیم برشی ماده در صفحات XY، XZ و YZ مرتبط کرد؛ که در این روابط، بالانویس Y به معنی تنش تسلیم است و زیرنویس‌ها نشان‌دهنده‌ی صفحه و جهت مورد بررسی هستند.

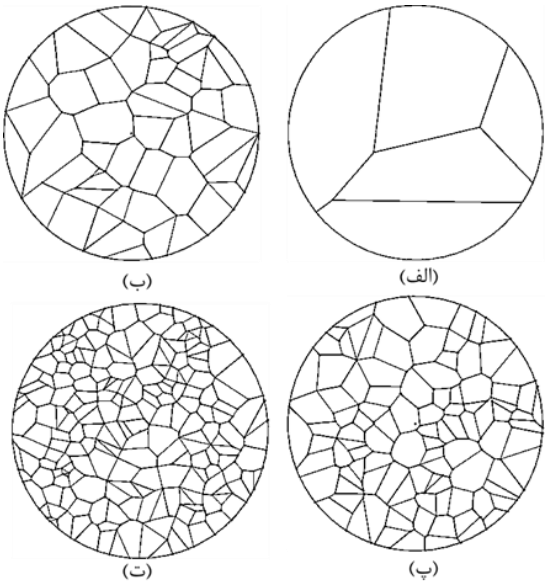
$$\begin{aligned} F &= \frac{1}{(\sigma_{YY}^{Y})^2}+\frac{1}{(\sigma_{ZZ}^{Y})^2}-\frac{1}{(\sigma_{XX}^{Y})^2} \\ G &= \frac{1}{(\sigma_{XX}^{Y})^2}+\frac{1}{(\sigma_{ZZ}^{Y})^2}-\frac{1}{(\sigma_{YY}^{Y})^2} \\ H &= \frac{1}{(\sigma_{XX}^{Y})^2}+\frac{1}{(\sigma_{YY}^{Y})^2}-\frac{1}{(\sigma_{ZZ}^{Y})^2} \\ L &= \frac{1}{(\sigma_{YZ}^{Y})^2} \\ M &= \frac{1}{(\sigma_{ZX}^{Y})^2} \\ N &= \frac{1}{(\sigma_{XY}^{Y})^2} \end{aligned} \qquad (۳)$$

با استفاده از مدل تیلور، می‌توان تنش تسلیم هر دانه در جهات و صفحات مختلف را به فاکتور تیلور آن دانه مرتبط ساخت، بنابراین با استفاده از رابطه‌ی ۱ می‌توان رابطه‌ی ۳ را به شکل رابطه‌ی ۴ نوشت. در نتیجه با مشخص بودن جهت‌گیری هر دانه و τ_{CRSS}، رفتار تغییر شکل آن دانه مشخص می‌شود، تأیید آزمایشگاهی مدل ارائه شده را می‌توان در [۲۰] مشاهده کرد. به دلیل وارد شدن تنش به هر دانه توسط دانه‌های مجاور، حالت تنشی که هر دانه تجربه می‌کند بسیار پیچیده است و امکان حل آن به‌صورت تحلیلی وجود ندارد، بنابراین برای بررسی رفتار تغییر شکل دانه‌ها در یک پلی‌کریستال بایستی از روش‌های عددی مانند المان محدود استفاده کرد.

$$\begin{aligned} F &= \frac{1}{\tau_{CRSS}^2}\left(\frac{1}{M_{YY}^2}+\frac{1}{M_{ZZ}^2}-\frac{1}{M_{XX}^2}\right) \\ G &= \frac{1}{\tau_{CRSS}^2}\left(\frac{1}{M_{ZZ}^2}+\frac{1}{M_{XX}^2}-\frac{1}{M_{YY}^2}\right) \\ H &= \frac{1}{\tau_{CRSS}^2}\left(\frac{1}{M_{XX}^2}+\frac{1}{M_{YY}^2}-\frac{1}{M_{ZZ}^2}\right) \\ L &= \frac{1}{\tau_{CRSS}^2}\frac{1}{2M_{YZ}^2} \\ M &= \frac{1}{\tau_{CRSS}^2}\frac{1}{2M_{ZX}^2} \\ N &= \frac{1}{\tau_{CRSS}^2}\frac{1}{2M_{YX}^2} \end{aligned} \qquad (٤)$$

۲-۲- شبیه‌سازی

برای این منظور، ابتدا یک مقطع دایره‌ای با قطر واحد در نرم‌افزار MATLAB R2018b طراحی شده و با استفاده از الگوریتم ورونویی[۶] سلول بندی شد. نقشه‌ی نهایی در نرم‌افزار ABAQUS/CAE 6.11 وارد شده و با تصویر کردن آن بر روی سطح مقطع یک میله‌ی مینیاتوری به قطر واحد، از آن برای تقسیم‌بندی[۷] میله‌ی مینیاتوری به منشورهایی با سطح مقطع ایجاد شده توسط الگوریتم ورونویی استفاده شد.



شکل (۱): سطح مقطع نمونه‌های شبیه‌سازی شده برای الف) نمونه‌ی متشکل از ۵ دانه، ب) نمونه‌ی متشکل از ۵۰ دانه، پ) نمونه‌ی متشکل از ۱۰۰ دانه و ت) نمونه‌ی متشکل از ۲۰۰ دانه

به این ترتیب نمونه‌هایی متشکل از ۵، ۵۰، ۱۰۰ و ۲۰۰ دانه ایجاد شدند. سپس به هر یک از تقسیم‌بندی‌های ایجاد شده در نمونه یک جهت‌گیری تصادفی نسبت داده شده و ضرایب معیار تسلیم هیل برای هرکدام، با استفاده از توضیحات ارائه شده محاسبه شد. این تغییر رفتار مکانیکی از یک قسمت‌بندی به قسمت‌بندی دیگر، متناظر با تعریف یک دانه با جهت‌گیری

www.SID.ir

Archive of SID

مجزا در ماده است و مرزهای بین قسمت‌بندی‌های ایجاد شده را می‌توان به‌صورت مرز دانه در نظر گرفت، هرچند در این پژوهش برای مرز دانه‌ها رفتار مکانیکی‌ای در نظر گرفته نشده است و تنها از نقطه‌نظر حفظ پیوستگی دانه‌ها در ضمن تغییر شکل، نقش‌آفرینی می‌کنند.

برای تعریف معیار تسلیم هیل باید ۶ ضریب به‌صورت:

$$R_{11}=\frac{\sigma_{11}}{\sigma^Y}, R_{22}=\frac{\sigma_{22}}{\sigma^Y}, \dots, R_{23}=\frac{\tau_{23}}{\tau^Y} \qquad (۵)$$

برای هر ناحیه تعریف شوند. در این رابطه σ_{ij} تنشی تسلیم ماده هنگامی که در صفحه با بردار نرمال i در جهت j تحت تنش قرار بگیرد، است، σ^Y معادل با تنش مؤثر تسلیم ماده که کاربر به عنوان خواص ماده در نرم‌افزار وارد می‌کند و $\tau^Y=\sigma^Y/\sqrt{3}$ است. با توجه به مباحث صورت گرفته در بخش ارائه‌ی مدل، هنگامی‌که $i=j$ باشد می‌توان نوشت: $\sigma_{ij}=M_{ij}\tau_{CRSS}$، از طرفی هنگامی‌که $i\neq j$ باشد خواهیم داشت: $\sigma_{ij}=\sigma_{ij}/\sqrt{3}=\left(M_{ij}/\sqrt{3}\right)\tau_{CRSS}$. حال با مقایسه این روابط و ضرایب معرفی شده در رابطه‌ی ۵، می‌توان مدل ارائه شده را با متناظر در نظر گرفتن σ^Y و R_{ij} به ترتیب با τ_{CRSS} و M_{ij}، مشابه‌سازی کرد و بدین ترتیب مدل ارائه شده در این پژوهش، به‌خوبی قابل پیاده‌سازی خواهد بود.

نمودار $\tau_{CRSS}-\gamma$ (که نمایانگر وابستگی تنش بحرانی لازم برای لغزش بر روی سیستم‌های لغزش به مجموع کرنش برشی بر روی سیستم‌های لغزش است) را می‌توان با استفاده از فاکتور تیلور میانگین برای ساختار کریستالی مورد نظر، با استفاده از داده‌های تنش-کرنش آزمون کشش و یا فشار نمونه به دست آورد. به‌طور مثال برای یک ماده با ساختار fcc فاکتور تیلور میانگین برابر با ۳/۰۶۷ است، در نتیجه با در نظر گرفتن رابطه‌ی ۱، اگر مقادیر تنش بر ۳/۰۶۷ تقسیم شوند و مقادیر کرنش در ۳/۰۶۷ ضرب شوند، نمودار $\tau_{CRSS}-\gamma$ به دست می‌آید.

۳-۲- مواد

در این پژوهش با در نظر گرفت خواص مکانیکی مس شدیداً تغییر شکل یافته رابطه $\tau_{CRSS}=104MPa$ بدون وابستگی به کرنش (در نتیجه اشباع ماده از کار سرد) به‌عنوان خواص مکانیکی ماده در نرم‌افزار وارد شد، همچنین در محاسبات فاکتور تیلور، با در نظر گرفتن اینکه ساختار کریستالی ماده از نوع fcc است، در محاسبات فرض شد که لغزش بر روی سیستم‌هایی از نوع $\langle 1\bar{1}0\rangle[111]$ صورت می‌گیرد.

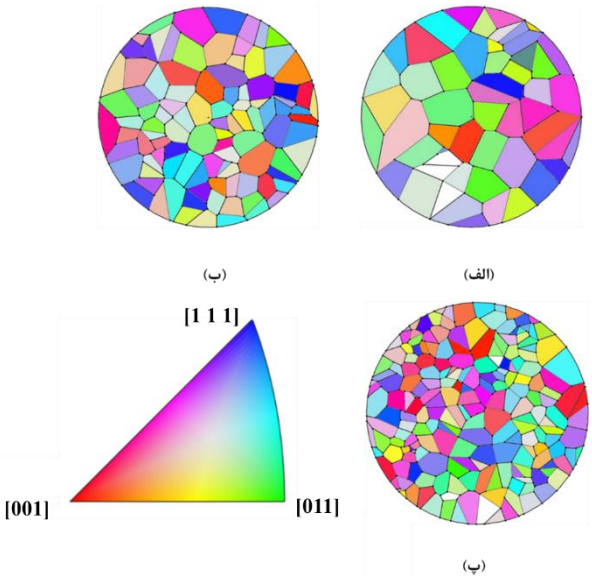
تمامی قسمت بندی‌های ایجاد شده در نمونه‌ها با المان‌های از نوع C3D10M با اندازه عمومی[۷] برابر با ۵ مش زده شدند و هر نمونه با استفاده از دو سندان صلب تا ۵۰٪ کاهش ضخامت تحت فشار قرار گرفت. مختصات اولیه، مختصات نهایی، کرنش نهایی عرضی و کرنش نهایی محوری برای تمامی نقاط گره‌ای پس از تغییر شکل، از نرم‌افزار ABAQUS استخراج شده و برای تحلیل بیشتر در نرم‌افزار MATLAB وارد شدند.

۳- نتایج و بحث

در شکل ۱، سطح مقطع نمونه‌های مورد بررسی آورده شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود، ریزساختار شبیه‌سازی شده در هر نمونه، از نقطه‌نظر اندازه دانه، کاملاً همگن و عموماً متشکل از دانه‌های هم‌محور با اندازه دانه‌ی برابر است. در شکل ۲، نقشه‌ی رنگی زوایای، اویلری نشانگر جهت‌گیری دانه‌ها در نمونه‌های مورد بررسی، آورده شده است. در شکل ۳، نقشه‌ی قطبی[۸] نمونه‌ها با قطبیت محورهای [100] و [111] آورده شده است. با بررسی شکل‌های ۲ و ۳ می‌توان نتیجه گرفت که ریزساختار هر نمونه، عاری از بافت[۹] و ساختار تماماً تصادفی است. در شکل ۴، هندسه نهایی نمونه‌ها پس از تغییر شکل آورده شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود با افزایش تعداد دانه، هندسه‌ی نهایی به هندسه‌ی ایده‌آلی که در ضمن آزمون فشار انتظار می‌رود نزدیک‌تر می‌شود که این امر به‌خوبی در پژوهش‌های [۴ - ۵ و ۲۱] نیز دیده می‌شود، اما مشاهده می‌شود همچنان در نهایت هندسه‌ی نهایی تماماً ایده‌آل نمی‌شود.

www.SID.ir

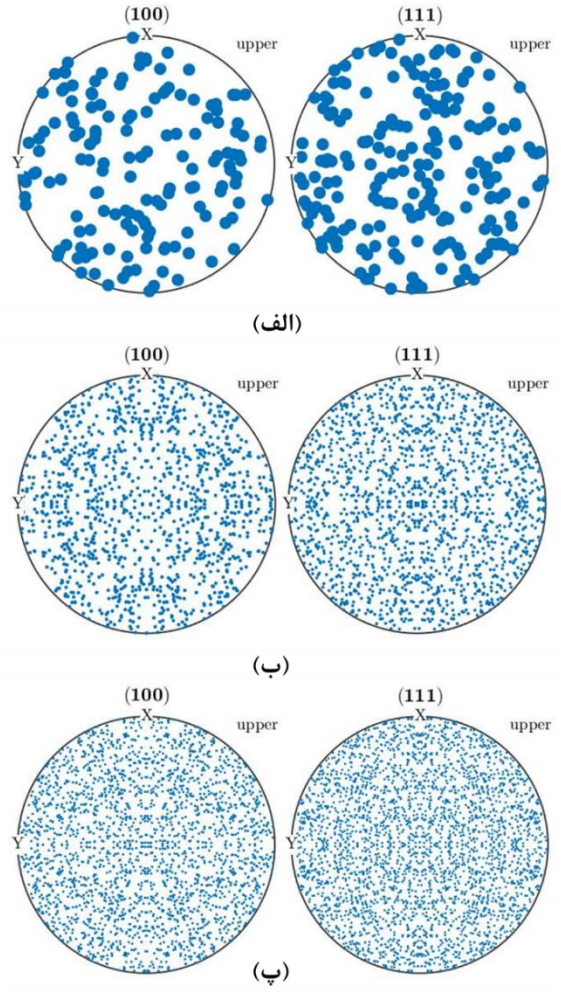
Archive of SID



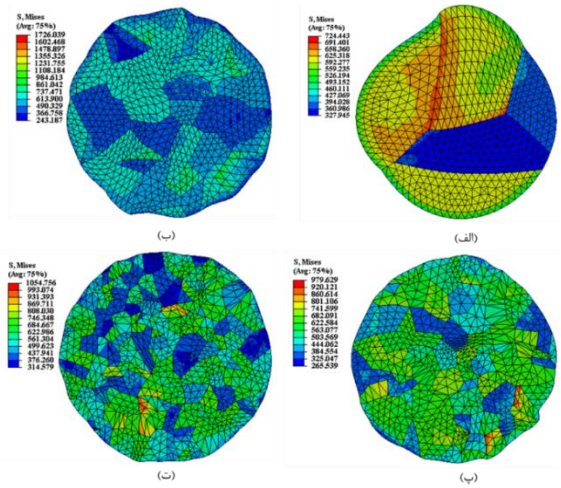
شکل (۲): نقشه‌ی رنگی زوایای اویلری نشان‌دهنده‌ی جهت‌گیری دانه‌ها در الف) نمونه‌ی متشکل از ۵۰، ب) نمونه‌ی متشکل از ۱۰۰ و پ) نمونه‌ی متشکل از ۲۰۰ دانه

برای بررسی شکل نهایی هر نمونه، ابتدا به بررسی کمی شکل نهایی هر دانه پرداخته شد. برای این کار مطابق شکل ۵، نسبت کرنش عرضی (ε_{YY}) به کرنش محوری (ε_{ZZ}) تجربه شده توسط هر دانه که در اینجا برای این نسبت نام α' انتخاب شده برای نمونه‌های مختلف نشان داده شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود، حالت نهایی کرنش با عبور از مرز دانه‌ها به‌صورت ناگهانی تغییر می‌کند که این امر در تطابق کامل با نتایج به دست آمده در [۲۲] است.

از طرفی برای یک ماده که از معیار تسلیم هیل پیروی می‌کند، نسبت نمو کرنش در راستای عرضی ($d\varepsilon_{YY}$) به نمو کرنش در راستای محوری که در اینجا α نام‌گذاری شده است را می‌توان به شکل رابطه‌ی ۶ محاسبه کرد.



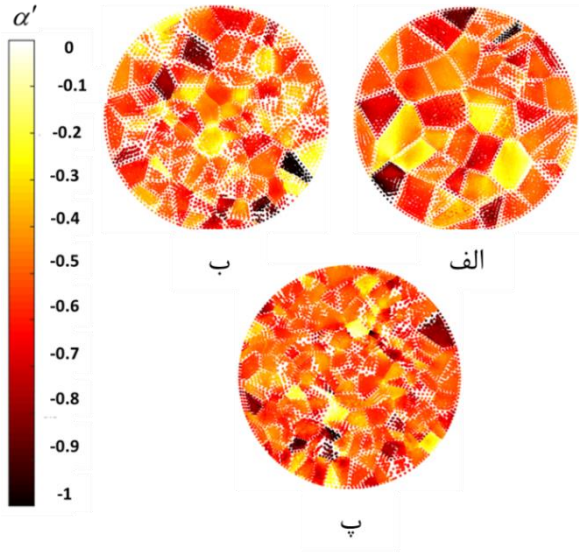
شکل (۳): نقشه‌ی قطبی جهت‌گیری دانه‌ها در نمونه‌ی متشکل از الف) ۵۰، ب) ۱۰۰ و پ) ۲۰۰ دانه با قطبیت محورهای [100] و [111]



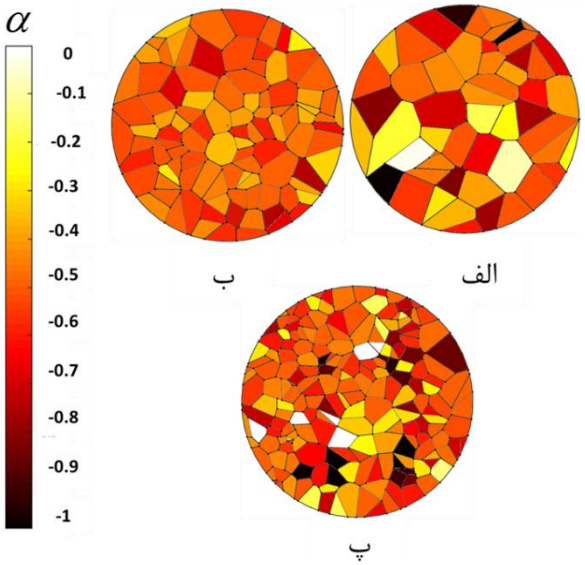
شکل (۴): هندسه‌ی نهایی نمونه‌های متشکل از الف) ۵، ب) ۵۰، پ) ۱۰۰ و ت) ۲۰۰ دانه پس از ۵۰٪ کاهش ارتفاع در ضمن آزمون فشار

www.SID.ir

Archive of SID



شکل (۵): مقدار نسبت کرنش عرضی (ε_{YY}) به کرنش طولی (ε_{XX}) پس از تغییر شکل نمونه‌های متشکل از الف) ۵۰ دانه، ب) ۱۰۰ دانه و پ) ۲۰۰ دانه پس از ۵۰٪ کاهش ارتفاع در آزمون فشار



شکل (۶): مقدار نسبت دیفرانسیل کرنش عرضی ($d\varepsilon_{YY}$) به دیفرانسیل کرنش طولی ($d\varepsilon_{XX}$) برای نمونه‌های متشکل از الف) ۵۰، ب) ۱۰۰ و پ) ۲۰۰ دانه

$$\alpha = \frac{d\varepsilon_{YY}}{d\varepsilon_{XX}} = \frac{F(\sigma_{YY}-\sigma_{ZZ}) + H(\sigma_{YY}-\sigma_{XX})}{G(\sigma_{ZZ}-\sigma_{XX}) + F(\sigma_{ZZ}-\sigma_{YY})} \qquad (۶)$$

در صورتی‌که تنش محوری (σ_{ZZ}) که توسط ابزار به دانه‌ها وارد می‌شود، از تنش‌های عرضی که دانه‌ها به یکدیگر وارد می‌کنند بسیار بیشتر باشد، یا به عبارت دیگر: $\sigma_{ZZ} \sqcup \sigma_{XX}, \sigma_{YY}$، آن‌گاه می‌توان رابطه‌ی ۶ را به شکل رابطه‌ی ۷ نوشت.

$$\alpha = \frac{d\varepsilon_{YY}}{d\varepsilon_{XX}} = \frac{-F}{F+G} \qquad (۷)$$

که بر اساس رابطه‌ی ۴، برای هر دانه می‌توان رابطه‌ی ۷ را به شکل رابطه‌ی ۸ نوشت.

$$\alpha = \frac{1}{2}\left\{1 + \left(\frac{M_{ZZ}}{M_{YY}}\right)^2 - \left(\frac{M_{ZZ}}{M_{XX}}\right)^2\right\} \qquad (۸)$$

که مقادیر M_{ZZ}، M_{YY} و M_{XX} کمیت‌های وابسته به جهت‌گیری هر دانه هستند و تنها با استفاده از جهت‌گیری هر دانه می‌توان آن‌ها را محاسبه کرد. در شکل ۶، مقدار α برای هر دانه در نمونه‌های مختلف نشان داده شده است.

از طرفی، در صورتی که یک فرآیند متناسب[۱۰] و یک‌نوا[۱۱] باشد، آن‌گاه رابطه‌ی ۹ برقرار است.

$$\alpha = \frac{d\varepsilon_{YY}}{d\varepsilon_{ZZ}} = \frac{\varepsilon_{YY}}{\varepsilon_{ZZ}} \qquad (۹)$$

با مقایسه‌ی شکل‌های ۵ و ۶، مشاهده می‌شود که مقادیر α و α' برای تمامی دانه‌ها در همگی نمونه‌ها، با تقریب خوبی با یکدیگر برابرند. این نتیجه به آن معنا است که تغییر شکل دانه‌ها در یک نمونه، متناسب و یک‌نوا است؛ بنابراین می‌توان حالت کرنش در هر نمونه را پیش از تغییر شکل، با دانستن جهت‌گیری آن تعیین کرد. از این نتیجه می‌توان در تعیین شرایط لازم برای یکنواخت شدن هندسه‌ی نهایی نمونه پس از تغییر شکل استفاده کرد. شرط لازم برای یکنواخت بودن هندسه‌ی نهایی را می‌توان به‌صورت رابطه‌ی ۱۰ بیان کرد.

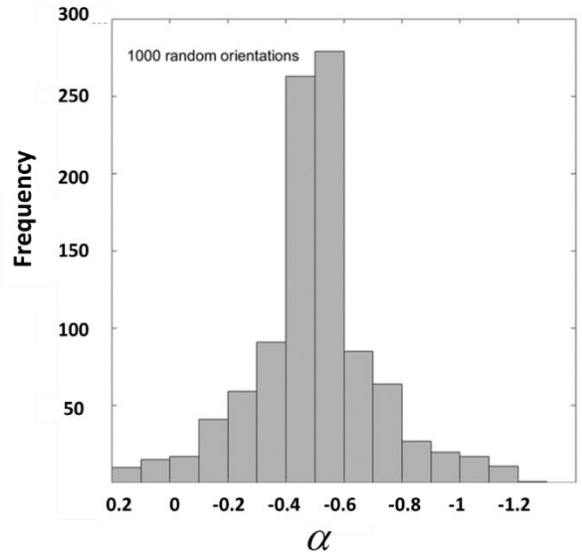
www.SID.ir

Archive of SID

$$\tilde{\alpha} = \frac{1}{R}\int_0^R \alpha' dr = \frac{1}{R}\int_0^R \alpha dr = -0.5 \qquad (۱۰)$$

که تفسیر فیزیکی رابطه‌ی ۱۰ آن است که برای یکنواخت بودن هندسه‌ی نهایی در هر مسیر شعاعی در سطح مقطع نمونه‌ای به شعاع R، میانگین α' باید برابر با ۰/۵- باشد. از طرفی، با توجه به نتایج به دست آمده می‌توان α' را با α جایگزین کرد. مزیت این کار آن است که مقدار α تنها وابستگی به جهت‌گیری هر دانه دارد و پیش از انجام آزمون فشار نیز مشخص است. در شکل ۷، توزیع مقدار α برای ۱۰۰۰ جهت‌گیری تصادفی آورده شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود، این کمیت توزیعی بسیار نزدیک به توزیع نرمال دارد. در شکل ۸، میانگین پارامتر α برحسب تعداد دانه‌ها آورده شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود، مقدار میانگین حول مقدار ۰/۵- نوسان می‌کند. همچنین در شکل ۹، انحراف از معیار پارامتر α برحسب تعداد دانه نشان داده شده است. همان‌طور که مشخص است با افزایش تعداد دانه‌ها، انحراف از معیار صفر نشده و حول مقدار ۰/۲ نوسان می‌کند. در نتیجه به لحاظ آماری می‌توان چنین استنباط کرد که یکنواختی در هندسه‌ی نهایی زمانی حاصل می‌شود که با افزایش تعداد دانه‌ها در یک سطح مقطع مشخص، دانه‌هایی با جهت‌گیری و در نتیجه مقادیر مختلف α به‌قدری درهم‌آمیخته شوند که اگر در هر مسیر شعاعی از α میانگین گرفته شود، مقدار این میانگین برابر با ۰/۵- شود. این مسئله در شکل ۱۰، نشان داده شده است. در این شکل مقدار میانگین α ($\tilde{\alpha}$) برای مسیرهای شعاعی در زاویه‌های مختلف محاسبه شده است. همان‌طور که دیده می‌شود با افزایش تعداد دانه در سطح مقطع، تفاوت مقدار $\tilde{\alpha}$ در مسیرهای شعاعی مختلف نسبت به ۰/۵- کاهش می‌یابد. این امر در تطابق با نتایج ارائه شده در شکل ۴ است که در آن مشخص است که با افزایش تعداد دانه‌ها هندسه‌ی نهایی به هندسه‌ی ایده‌آل نزدیک‌تر شده است.

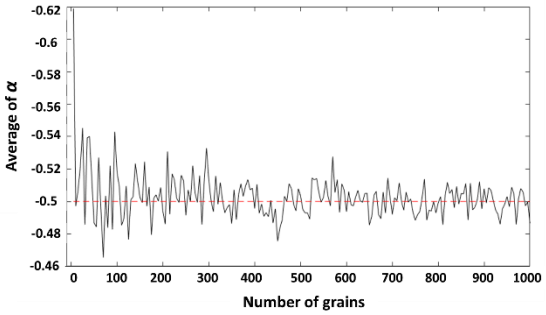
در انتها لازم به ذکر است علاوه بر جنبه‌های ریزساختاری، برخی از جنبه‌های فرآیندی نیز با ریز شدن نمونه در حدود ابعاد دانه، بر روی نیروی لازم برای شکل‌دهی ماده در ضمن ریز شکل‌دهی اهمیت به سزایی پیدا می‌کنند. برای مثال: پستی و بلندی‌های سطحی با اثرگذاری بر روی سطح تماس واقعی بین ابزار و نمونه و همچنین به دام انداختن روانکار بر روی ضریب اصطکاک و در نتیجه نیروی لازم برای شکل‌دهی اثر خواهند گذاشت [۲۳]. چنین اثراتی در این پژوهش مورد بررسی قرار نگرفتند، اما انتظار می‌رود در شرایط عملی با افزایش اندازه‌ی پستی و بلندی‌های سطحی و تشدید اصطکاک، به دلیل تنش برشی ایجاد شده در سطح تماس ابزار/قالب، حالت کرنش ماده در نواحی سطحی نمونه از نتایج به دست آمده انحراف پیدا کند. از طرفی همان‌طور که در مقدمه نیز توضیح داده شد، نسبت دانه‌های سطحی به دانه‌های حجمی بر روی استحکام ماده در ضمن ریز شکل‌دهی تأثیرگذار خواهد بود، اما این مسئله در این پژوهش اهمیت چندانی نخواهد داشت، زیرا نسبت دانه‌های سطحی به حجمی در نمونه‌های متشکل از ۵۰، ۱۰۰ و ۲۰۰ دانه اندک است و در نتیجه تمهیدات خاصی برای در نظرگیری تفاوت استحکام مکانیکی دانه‌های سطحی و حجمی مورد بررسی قرار نگرفت.



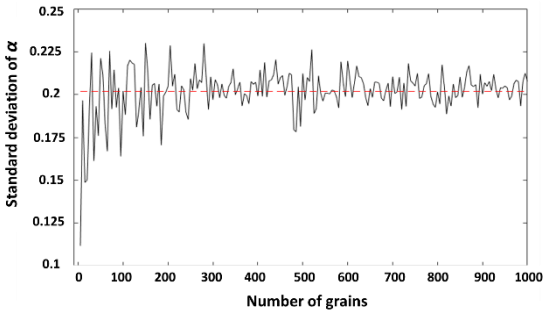
شکل (۷): توزیع مقدار α برای ۱۰۰۰ جهت‌گیری تصادفی

www.SID.ir

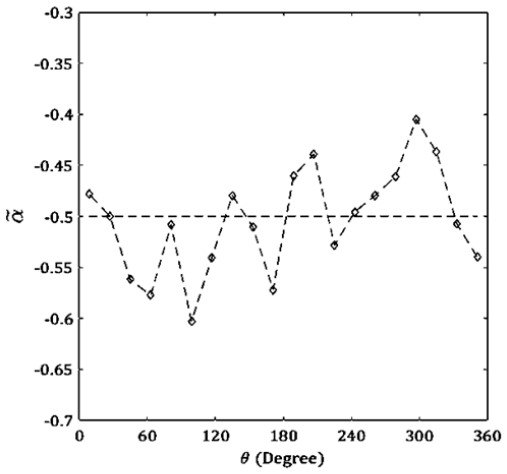
Archive of SID



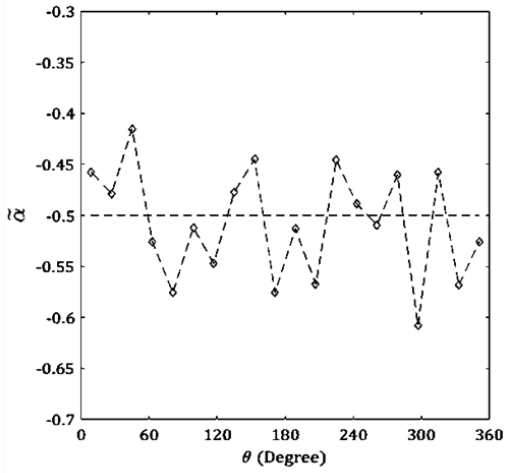
شکل (۸): مقدار متوسط پارامتر α برحسب تعداد دانه



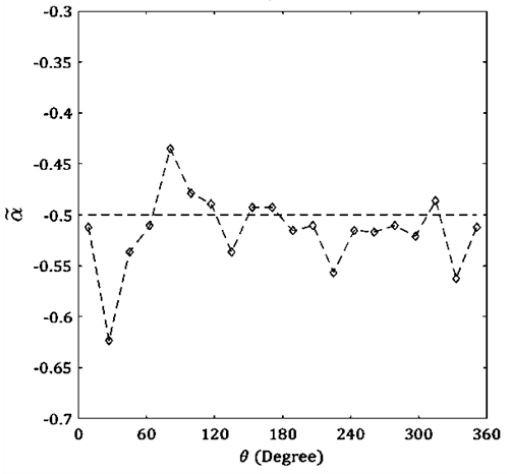
شکل (۹): انحراف از میانگین پارامتر α برحسب تعداد دانه



(الف)



(ب)



(پ)

شکل (۱۰): مقدار میانگین پارامتر α $(\tilde{\alpha})$ در مسیرهای شعاعی مختلف برای نمونه‌ی الف) متشکل از ۵۰، ب) نمونه‌ی متشکل از ۱۰۰ و پ) نمونه‌ی متشکل از ۲۰۰ دانه

www.SID.ir

Archive of SID

٤- نتیجه‌گیری

در این مقاله ابتدا یک مدل برای توصیف سطح تسلیم دانه‌ها در یک ماده‌ی پلی‌کریستال ارائه شد. به‌کارگیری این مدل در شبیه‌سازی آزمون فشار برای مواد با تعداد دانه‌های مختلف نشان داد که تغییر شکل دانه‌ها در یک ماده متناسب و یک‌نوا است و حالت کرنش هر دانه در ضمن آزمون فشار با مشخص بودن جهت‌گیری آن قابل‌تعیین است. با استفاده از این نتیجه و بررسی‌های آماری مواد با تعداد دانه‌های مختلف با جهت‌گیری‌های تصادفی، مشخص شد که یکنواخت شدن هندسه‌ی نهایی و حذف اثر اندازه امری مرکب از هندسه و آمار است. به این معنا که برای یکنواخت شدن هندسه‌ی نهایی، لازم است تعداد دانه‌ها در سطح مقطع به‌قدری زیاد شوند که دانه‌هایی با جهت‌گیری متفاوت که منجر به کرنش نهایی متفاوت می‌گردد، درهم‌آمیخته شده به‌طوری‌که میانگین کرنش در هر مسیر شعاعی مقداری یکسان (برابر با ۰/۵-) باشد.

٥- مراجع

[1] U. Engel & R. Eckstein, "Microforming—from basic research to its realization", Journal of Materials Processing Technology, vol. 125-126, pp. 35-44, 2002.

[2] E. Egerer & U. Engel, "Process Characterization and Material Flow in Microforming at Elevated Temperatures", Journal of Manufacturing Processes, vol. 6, no. 1, pp. 1–6, 2004.

[3] A. Rosochowski, W. Presz, L. Olejnik & M. Richert, "Micro-extrusion of ultra-fine grained aluminium", The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, vol. 33, no. 1–2, pp. 137–146, 2007.

[4] J. Xu, C. Wang, D. Shan, B. Guo & T. G. Langdon, "Micro-deformation behavior in micro-compression with high-purity aluminum processed by ECAP", Manufacturing Review, vol. 2 no. 1, 2015.

[5] B. Eichenhueller, E. Egerer & U. Engel, "Microforming at elevated temperature - forming and material behavior", The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, vol. 33, no. 1–2, pp. 119–124, 2006.

[6] M. Geiger, F. Vollertsen & R. Kals, "Fundamentals on the Manufacturing of Sheet Metal Microparts", CIRP Annals, vol. 45, no. 1, pp. 277–282, 1996.

[7] G. I. Taylor, "Plastic Strain in Metals", The Journal of the Institute of Metals, vol. 62, pp. 307–324, 1938.

[8] G. I. Taylor, "Analysis of Plastic Strain in a Cubic Crystal", In Timoshenko 60th birthday anniversary. New York: Macmillan, 1938.

[9] G. I. Taylor & C. F. Elam, "Bakerian Lecture: The Distortion of an Aluminum Crystal during a Tensile Test", Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences, vol. 102, no. 719, pp. 643–667, 1923.

[10] J. Q. Ran, M. W. Fu & W. L. Chan, "The influence of size effect on the ductile fracture in micro-scaled plastic deformation", International Journal of Plasticity, vol. 41, pp. 65–81, 2013.

[11] W. T. Li, M. W. Fu & S. Q. Shi, "Study of deformation and ductile fracture behaviors in micro-scale deformation using a combined surface layer and grain boundary strengthening model", International Journal of Mechanical Sciences, vol. 131–132, pp. 924–937, 2017.

[12] W. T. Li, H. Li M. W. Fu, "Interactive effect of stress state and grain size on fracture behaviors of copper in micro-scaled plastic deformation", International Journal of Plasticity, vol. 114, pp. 126–143, 2019.

[13] C. Wang, H. Wang, G. Chen, Q. Zhu, L. Cui, P. Zhang & A. Dong, "New Constitutive Model for the Size Effect on Flow Stress Based on the Energy Conservation Law", Materials, vol. 13, no. 11, pp. 2617-2630, 2020.

[14] M. Henning & H. Vehoff, "Local mechanical behavior and slip band formation within grains of thin sheets", Acta Materialia, vol. 53, no. 5, pp. 1285–1292, 2005.

[15] M. Henning & H. Vehoff, "Statistical size effects based on grain size and texture in thin sheets", Materials Science and Engineering: A, vol. 452-453, pp. 602–613, 2007.

www.SID.ir

Archive of SID

٦- پی نوشت

[1] Microforming
[2] Microparts
[3] Size Effect
[4] Crystal Plasticity Finite Element Models
[5] Transformation Law
[6] Voronoi
[7] Partitioning
[6] Global
[7] Pole Figure
[8] Texture
[9] Proportional
[10] Monotonic

[16] F. Foster, P. Eisenlohr, L. Hantcherli, D. D. Tjahjanto, T.R. Bieler & D. Raabe, "Overview of constitutive laws, kinematics, homogenization and multiscale methods in crystal plasticity finite-element modeling: Theory, experiments, applications", Acta Materialia, vol. 58, pp. 1152-1211, 2010.

[17] H. Farooq, G. Cailletaud, S. Forest & D. Ryckelynck, "Crystal plasticity modeling of the cyclic behavior of polycrystalline aggregates under non-symmetric uniaxial loading: Global and local analyses", International Journal of Plasticity, vol. 126, pp. 102619-102659, 2020.

[18] R. Hill, "A theory of the yielding and plastic flow of anisotropic metals", Proceedings of the Royal Society of London. Series A. Mathematical and Physical Sciences, vol. 193, no. 1033, pp. 281–297, 1948.

[19] R. Hill, "The mathematical theory of plasticity". Oxford: Clarendon Press, 1950.

[20] F. Rahimzadeh Lotfabad, "Analytical, Experimental and Finite Element Study of Size Effect in Microfoming of Prismatic Pieces with Triangular Basis", M.S. Thesis, Shiraz University, 2019.

[21] J. Xu, X. Zhu, D. Shan, B. Guo & T. G. Langdon "Effect of grain size and specimen dimensions on micro-forming of high purity aluminum", Materials Science and Engineering: A, vol. 646, pp. 207–217, 2015.

[22] D. Raabe, M. Sachtleber, Z. Zhao, F. Roters & S. Zaefferer "Micromechanical and macromechanical effects in grain scale polycrystal plasticity experimentation and simulation", Acta Materialia, vol. 49, no. 17, 3433–3441, 2001.

[23] J. H. Deng, M. W. Fu & W. L. Chan, "Size effect on material surface deformation behavior in micro-forming process", Materials Science and Engineering: A, vol. 528, no. 13–14, pp. 4799–4806, 2011.

www.SID.ir