قابل دسترس در نشانی: http://jips.ippi.ac.ir

مجله علوم و تکنولوژی پلیمر،
سال بیست و یکم، شماره ۲،
صفحه ۱۷۹-۱۶۷، ۱۳۸۷
ISSN : 1016-3255

مدل‌سازی سه بعدی جریان سیالات پلیمری با گرانروی‌های مختلف در حدیده اکسترودر با استفاده از روش اجزای محدود ترکیبی و اجزای هرمی چهاروجهی

هادی سبحانی، میرحمید رضا قریشی*، محمد رضوی نوری
تهران، پژوهشگاه پلیمر و پتروشیمی ایران، صندوق پستی ۱۴۹۶۵/۱۱۵

دریافت: ۸۶/۱۲/۲۲، پذیرش: ۸۷/۱/۳۱

چکیده

در این پژوهش، مدلی ریاضی برای مدل‌سازی جریان مذاب‌های پلیمری در ناحیه حدیده اکسترودر ارائه شده است. این مدل برای مذاب‌های پلیمری با رفتار رئولوژیکی قانون‌توانی توسعه داده شده و اثر گرانروی مذاب پلیمری بر دقت تحلیل مدل، مورد ارزیابی قرار گرفته است. معادلات حاکم برای سیالات غیرنیوتنی که از مدل قانون‌توانی تبعیت می‌کنند، با استفاده از روش اجزای محدود حل شده است. بدین‌منظور، روش استاندارد گلرکین و روش ترکیبی برای حل معادلات جریان به کار گرفته شده است. به منظور امکان شبکه‌بندی هندسه‌های پیچیده، این مدل بر اساس استفاده از اجزای هرمی توسعه داده شده و اجزای هرمی چهار وجهی ۱۰ و ۴ گره‌ای به ترتیب برای محاسبه سرعت و فشار به کار رفته است. با توجه به غیر خطی بودن معادلات، از روش تکرار پیکارد برای حل معادلات استفاده شده است. در نهایت با استفاده از مدل به دست آمده، جریان مذاب سه نوع پلی‌اتیلن با گرانروی‌های مختلف از درون حدیده اکسترودر تک‌پیچی، شبیه‌سازی و برای بررسی اعتبار آن، نتایج مدل‌سازی با نتایج تجربی مقایسه شد.

واژه‌های کلیدی
شبیه سازی، روش ترکیبی، حدیده، اجزای محدود، اجزای هرمی

* مسئول مکاتبات، پیام‌نگار:
m.h.r.ghoreishy@ippi.ac.ir

3-Dimensional Modeling of Flow of Polymeric Fluids with Various Viscosities in an Extrusion Die Using Mixed Method and Tetrahedral Elements

H. Sobhani, M.H.R. Ghoreishy, and M. Razavi-Nouri
Iran Polymer and Petrochemical Institute, P.O. Box: 14965/115, Tehran, Iran
Received 12 March 2008; accepted 19 April 2008

Abstract

This research work is devoted to the development of a mathematical model for the simulation of the flow of polymeric melts through the die region of extruders. A set of governing equations are solved using finite element method. Standard Galerkin technique is used in conjunction with the mixed scheme to solve the flow equation. Due to the non-linear nature of global equations, the Picard iteration method is used. The well-known power-law equation was used to describe non-Newtonian rheological behavior of the material and the effect of viscosity on the accuracy of model was investigated. In order to create a finite element mesh for the complex geometries of the die, tetrahedral elements were used. Therefore, the second order tetrahedral elements (10 nodes) and the first order tetrahedral elements (4 nodes) were used for calculation of velocity and pressure, respectively. To show the applicability of the model, the flow of the polyethylene melts with various viscosities through the die of a single screw extruder were simulated. The validity of the present technique under realistic conditions was confirmed by comparing the model simulation results with the experimental data.

Key Words
simulation, mixed method, die, finite element, tetrahedral element

(*) To whom correspondence should be addressed.
E-mail: m.h.r.ghoreishy@ippi.ac.ir

www.SID.ir

مقدمه

فرایند اکستروژن به عنوان یکی از فرایندهای مهم در شکل دهی پلاستیک‌ها و لاستیک‌ها جایگاه مهمی را در صنایع پلیمر به خود اختصاص داده است. به طوری که بخش عمده‌ای از محصولات پلیمری به طور مستقیم یا غیرمستقیم به کمک این فرایند تولید می شوند. به عنوان مثال انواع لوله ها، پروفیل ها و اجزای اصلی تایر به کمک فرایند اکستروژن ساخته می‌شوند. افزون بر این، سایر فرایندهای اصلی شکل دهی نظیر تزریق، قالب گیری دمشی و تولید فیلم نیز وابسته به این فرایند هستند. به طور کلی، این فرایند از دو بخش تشکیل شده است. بخش نخست یا اصلی این فرایند از اکسترودری (تک پیچی یا دوپیچی) تشکیل شده که در نتیجه چرخش پیچ‌ها درون پوسته (barrel) عمل پمپ کردن و هدایت سیال (مذاب) پلیمری را به درون حدیده انجام می دهد.

بخش دوم شامل مجموعه حدیده است که برای هدایت و شکل دهی مذاب خروجی به شکل محصول نهایی طراحی شده است. شبیه سازی این فرایند به ویژه به وسیله نرم‌افزارهای رایانه‌ای همواره مورد توجه پژوهشگران و مهندسان این عرصه بوده و تاکنون مطالب فراوانی در این خصوص منتشر شده است. این شبیه سازی ها نیز به دو گروه مدل سازی جریان درون اکسترودر و نیز مدل سازی جریان درون حدیده دسته بندی می‌شوند. به طور کلی، هدف از شبیه سازی و تحلیل جریان در حدیده اکسترودر طراحی یا راهبری بهینه است. مهم‌ترین اهدافی که در این میان همواره مد نظر بوده است، عبارتند از:

- حذف نقاط ساکن و ایستا به منظور کاهش زمان اقامت و حذف احتمال تخریب یا سوختن آمیزه یا مذاب،
- ایجاد یک نیم رخ (پروفایل) فشار مناسب،
- حفظ توزیع یکنواخت دما در مذاب پلیمری و
- کاهش مقدار تورم حدیده به حداقل مقدار ممکن.

به منظور تأمین شرایط گفته شده معمولاً طراحی ها به گونه‌ای است که حدیده‌ها هندسه پیچیده‌ای دارند. از سوی دیگر، رفتار رئولوژیکی مذاب‌های پلیمری غیرنیوتنی است که این موضوع موجب پیچیدگی شبیه سازی و تحلیل دقیق جریان می شود. از این رو، تلاش های زیادی برای توسعه مدل های ریاضی مبتنی بر استفاده از روش های عددی برای شبیه سازی جریان سیالات (مذاب‌های) پلیمری در حدیده اکسترودر انجام شده است. روش‌های تحلیلی و عددی ساده از قبیل تفاضل محدود و حجم محدود به دلیل عدم توانایی در لحاظ کردن پیچیدگی های یاد شده قادر به تحلیل دقیق جریان نیستند. در این میان، روش اجزای محدود به دلیل قابلیت استفاده در اشکال هندسی پیچیده و نیز دقت بیشتر در پیش بینی متغیرهای وابسته، به عنوان روشی مناسب برای تحلیل جریان درون حدیده اکسترودر مطرح است [۱].

نگاهی اجمالی به مقالات منتشر شده در این زمینه [۱۰-۲] حاکی از آن است که اگرچه روش های اجزای محدود موجود قابلیت بسیار خوبی را در شبیه‌سازی سه بعدی جریان درون حدیده (و نیز سایر میدان‌های جریان) دارند، اما همگی بر اساس استفاده از اجزای شش وجهی (hexahedral/cubic) ارائه شده‌اند. این اجزا با وجود داشتن قابلیت‌های گفته شده قادر به شبکه‌بندی میدان‌های جریان پیچیده، که در طراحی و ساخت حدیده اکسترودر به وفور ملاحظه می شود، نیستند. از این رو، توسعه روش‌های اجزای محدودی که بر پایه شبکه‌بندی میدان جریان با استفاده از اجزای هرمی چهاروجهی قرار داشته باشند، می‌تواند گام مهمی در کاربردی‌تر کردن روش اجزای محدود در این حوزه از مهندسی پلیمر به شمار آید.

در این پژوهش، با استفاده از روش‌های اجزای محدود ترکیبی و هرمی چهاروجهی مدلی برای تحلیل جریان سیالات پلیمری با رفتار رئولوژیکی غیرنیوتنی ارائه شده است، که از مدل قانون‌توانی تبعیت می‌کنند. با توجه به این که رفتار رئولوژیکی سیالات پلیمری در سرعت‌های برش زیاد به سمت رفتارهای نیوتنی میل می‌کند و امکان ایجاد خطاهای محاسباتی وجود دارد، برای بررسی کارایی این مدل، جریان سه مذاب پلی‌اتیلن با گرانروی‌های مختلف در سرعت‌های برشی متفاوت از درون حدیده‌ای که به یک اکسترودر تک‌پیچی متصل است، مورد تحلیل قرار گرفته و در نهایت به منظور تعیین اعتبار مدل‌سازی، نتایج عددی با مقادیر فشار و دبی اندازه‌گیری شده از این حدیده با یک دیگر مقایسه شده‌اند.

مهم‌ترین فرضیات اولیه‌ای که در این مدل‌سازی در نظر گرفته شده‌اند، عبارتند از:

۱- جریان پلیمر در سراسر طول حدیده لایه‌ای بوده و سیال تراکم‌ناپذیر است.
۲- رفتار رئولوژیکی سیال از مدل قانون توانی پیروی می کند.
۳- با توجه به پیچیدگی جریان درون حدیده، جریان به شکل سه بعدی در نظر گرفته شده است.
۴- جریان سیال به حالت پایاست.
۵- با توجه به این که اندازه‌گیری دما بیانگر تغییرات اندک دما در جهت طولی ($1^{\circ}C$ ~) حدیده است، جریان مذاب به شکل هم‌دما در نظر گرفته شده است.
۶- فشار خروجی مذاب برابر با فشار جو و سرعت مذاب روی دیواره‌ها صفر است.

در این مقاله، ابتدا مدل ریاضی و سپس معادلات اجزای محدود مرتبط با

www.SID.ir

این مسئله تشریح شده، سپس در ادامه نتایج محاسبه شده از مدل‌سازی و مقایسه آن با نتایج تجربی ارائه می‌شوند.

مروری بر مدل‌سازی‌های انجام شده

از میان کارهای انجام شده برای مدل‌سازی جریان سیالات پلیمری در حدیده‌های اکسترودر می‌توان به کار پیتمن و همکاران [۲] اشاره کرد. در این پژوهش، مدل‌سازی دو بعدی جریان مذاب پلیمری با رفتار رئولوژیکی قانون‌توانی به طور ناهم‌دما در حدیده‌ای تخت با هدف طراحی و ساخت آن انجام شده است. برای انجام این کار از روش عددی اجزای محدود ترکیبی با اجزای مربعی استفاده شده است. در نهایت، توزیع فشار در طول حدیده و اثر آن بر مقدار تاب خوردگی مکانیکی حدیده محاسبه شده است.

تانوی و همکاران [۳] جریان مذاب پلیمری با رفتار رئولوژیکی قانون‌توانی را در حدیده آنالوس با هدف بررسی مقدار تورم حدیده مدل کردند. این مدل‌سازی با استفاده از روش اجزای محدود و با در نظر گرفتن فرض‌های ساده‌سازی از قبیل دو بعدی درنظر گرفتن جریان و استفاده از اجزای مربعی انجام شده است.

لیو و همکاران [۴] جریان سیال بینگهام پلاستیک را در حدیده‌ای T شکل (T-die) شبیه‌سازی کردند. این شبیه‌سازی به شکل سه بعدی با استفاده از روش اجزای محدود و اجزای مکعبی انجام شده است. ارائه توزیع سرعت و فشار در طول حدیده نتیجه این شبیه‌سازی بوده است. همچنین، این گروه در پژوهشی دیگر [۵] توزیع انتقال گرما برای یک سیال پلیمری با رفتار رئولوژیکی قانون‌توانی را در حدیده‌ای تخت به شکل سه بعدی شبیه سازی کردند. در این شبیه‌سازی نیز از اجزای مکعبی برای شبکه‌بندی مسیر جریان استفاده شده است.

کرو و همکاران [۶] با استفاده از دو روش ریاضی شبکه تحلیل جریان (flow analysis network ،FAN) و اجزای محدود با استفاده از اجزای مکعبی، جریان سیال قانون‌توانی را درون حدیده تولید پروفیل به شکل سه بعدی مدل کردند. برای تعیین اعتبار مدل‌سازی، این نتایج با نتایج تجربی برای مذاب پلی‌اتیلن و پلی‌وینیلیدن کلرید مورد مقایسه قرار گرفته است. بر اساس نتایج به دست آمده، روش اجزای محدود دقت بیشتری دارد. اما، در این روش حجم و زمان محاسبات افزایش می‌یابد.

لاوال و همکاران [۷] جریان سیال قانون‌توانی را در حدیده آنالوس ستاره‌ای شکل که به اکسترودر دوپیچی متصل است، بررسی کرده‌اند. آنها روش اجزای محدود و روش پنالتی پیوسته را به کار گرفتند. اجزای مورد استفاده در این کار مکعبی بوده و در نتیجه فرضیاتی برای ساده‌سازی شکل هندسی در نظر گرفته شده است. فشار و دبی خروجی از مدل‌سازی با نتایج تجربی مقایسه شد که توافق نسبتاً خوبی با نتایج تجربی نشان می‌دهد.

قریشی و همکاران [۸] با استفاده از روش اجزای محدود و روش پنالتی (penalty) پیوسته جریان سیال پلیمری را با رفتار رئولوژیکی قانون‌توانی در حدیده متصل به اکسترودر تک‌پیچی مدل کردند. این مدل‌سازی به شکل سه بعدی و با فرض هم‌دما بودن مذاب در طول حدیده و با استفاده از اجزای مکعبی انجام شده است. فشار و دبی محاسبه شده در این مدل‌سازی توافق خوبی با نتایج تجربی نشان می‌دهد. این گروه در پژوهشی دیگر [۹]، این مدل‌سازی را برای حالت ناهم‌دما در ناحیه سنجش اکسترودر تک مارپیچی و ناحیه حدیده انجام دادند. روش ریاضی و اجزای مورد استفاده در این پژوهش نیز مشابه کار قبلی بود.

کالیون و همکاران [۱۰] جریان یک سیال قانون‌توانی را درون اکسترودر دوپیچی ناهمسوگرد و ناحیه حدیده متصل به آن مدل‌سازی کردند. این شبیه‌سازی به شکل سه بعدی، ناهم‌دما و با استفاده از روش اجزای محدود و روش پنالتی پیوسته انجام شده است. در این کار نیز با ساده‌تر در نظر گرفتن هندسه جریان از اجزای مکعبی استفاده شده است.

مدل ریاضی

معادلات حاکم بر جریان لایه‌ای سیال غیرنیوتنی تراکم‌ناپذیر در حالت پایا و در مختصات کارتزین سه بعدی عبارتند از [۱،۱۱،۱۲] :

معادله پیوستگی :

$$\frac{\partial v_x}{\partial x}+\frac{\partial v_y}{\partial y}+\frac{\partial v_z}{\partial z}=0 \qquad (۱)$$

معادلات حرکت:

$$\rho\left(v_x\frac{\partial v_x}{\partial x}+v_y\frac{\partial v_x}{\partial y}+v_z\frac{\partial v_x}{\partial z}\right)= -\frac{\partial p}{\partial x}+\left(\frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x}+\frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y}+\frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z}\right)+\rho g_x \qquad (۲)$$

$$\rho\left(v_x\frac{\partial v_y}{\partial x}+v_y\frac{\partial v_y}{\partial y}+v_z\frac{\partial v_y}{\partial z}\right)= -\frac{\partial p}{\partial y}+\left(\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x}+\frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y}+\frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z}\right)+\rho g_y \qquad (۳)$$

www.SID.ir

$$\rho\left(v_x\frac{\partial v_z}{\partial x}+v_y\frac{\partial v_z}{\partial y}+v_z\frac{\partial v_z}{\partial z}\right)= -\frac{\partial p}{\partial z}+\left(\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x}+\frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y}+\frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z}\right)+\rho g_z \quad (۴)$$

که در این معادلات v_x، v_y و v_z اجزای x، y و z بردار سرعت، p فشار، ρ چگالی و g_x، g_y و g_z مؤلفه‌های x، y و z شتاب جاذبه هستند. τ_{xx} و τ_{xy} و ... نیز اجزای تانسور تنش‌اند که برای سیال نیوتنی عمومی از معادله زیر به دست می‌آید:

$$\underline{\underline{\tau}}=\eta\,\underline{\underline{\Delta}} \quad (۵)$$

که τ و Δ به ترتیب تانسور تنش و تانسور سرعت تغییر شکل‌اند. η گرانروی برشی سیال غیرنیوتنی است که برای سیال قانون‌توانی به شکل زیر بیان می‌شود:

$$\eta=\eta_\circ\left(\frac{1}{2}I_2\right)^{\left(\frac{n-1}{2}\right)} \quad (۶)$$

η_o پایداری (قوام) سیال، n ثابت قانون‌توانی و I_2 تغییرناپذیر (invariant) دوم تانسور سرعت تغییر شکل است که به شکل زیر تعریف می‌شود:

$$I_2=\left(2\frac{\partial v_x}{\partial x}\right)^2+\left(2\frac{\partial v_y}{\partial y}\right)^2+\left(2\frac{\partial v_z}{\partial z}\right)^2+2\left(\frac{\partial v_y}{\partial x}+\frac{\partial v_x}{\partial y}\right)^2 +2\left(\frac{\partial v_x}{\partial z}+\frac{\partial v_z}{\partial x}\right)^2+2\left(\frac{\partial v_z}{\partial y}+\frac{\partial v_y}{\partial z}\right)^2 \quad (۷)$$

در ضمن، Δ تانسور سرعت تغییر شکل در حالت سه بعدی به شکل زیر بیان می‌شود:

$$\begin{bmatrix} 2\frac{\partial v_x}{\partial x} & \frac{\partial v_y}{\partial x}+\frac{\partial v_x}{\partial y} & \frac{\partial v_z}{\partial x}+\frac{\partial v_x}{\partial z} \\ \frac{\partial v_y}{\partial x}+\frac{\partial v_x}{\partial y} & 2\frac{\partial v_y}{\partial y} & \frac{\partial v_y}{\partial z}+\frac{\partial v_z}{\partial y} \\ \frac{\partial v_z}{\partial x}+\frac{\partial v_x}{\partial z} & \frac{\partial v_y}{\partial z}+\frac{\partial v_z}{\partial y} & 2\frac{\partial v_z}{\partial z} \end{bmatrix} \quad (۸)$$

معادلات اجزای محدود

حل کلاسیک یک مسئله با استفاده از روش اجزای محدود متشکل از چند مرحله است که عبارتند از:

۱ ـ تقسیم دامنه مسئله به اجزای محدود

۲ ـ انتخاب یک تابع تقریب زنی مناسب

۳ ـ تعیین روش مناسب برای شکل تضعیف شده (weak form) معادلات دیفرانسیل و استخراج ماتریس‌های سفتی هر جزء و بردار بار

۴ ـ سوار کردن (assembling) ماتریس‌های سفتی و بردار بار اجزا و تعیین ماتریس سفتی و بردار بار کل (global)

۵ ـ اعمال شرایط مرزی مناسب

۶ ـ حل معادلات کل مجموعه و تعیین مقادیر مجهول در گره‌ها

در اغلب موارد اجزای مورد استفاده با توجه به شرایط فیزیکی مسئله و همچنین روش حل انتخابی، مشخص و معین می‌شوند. در واقع درجه‌های آزادی مورد نیاز، شکل هندسی دامنه، دقت مورد انتظار و روش استخراج معادله‌ها، انتخاب نوع جزء را برای گسسته‌سازی معین می‌کنند. از انواع اجزای مرسوم مورد استفاده در مسائل سه‌بعدی می‌توان به اجزای هرمی و مکعبی اشاره کرد. مهم‌ترین مزیت اجزای هرمی چهاروجهی نسبت به سایر انواع اجزا، قابلیت آنها در شبکه‌بندی اشکال هندسی پیچیده است، به نحوی که در برخی مسائل پیچیده امکان شبکه‌بندی تنها با استفاده از این نوع اجزا مقدور است. به طور مثال شبکه‌بندی مسیر جریان درون یک اکسترودر وقتی که انحنای کامل پیچ‌ها در نظر گرفته می‌شود، فقط با اجزای هرمی چهاروجهی امکان‌پذیر است.

از سوی دیگر، نتایج حاصل از مطالعات عددی و تجربیات شبیه‌سازی نشان می‌دهد که هر جزء مکعبی در ساده‌ترین حالت به ۱۲ جزء هرمی چهاروجهی تبدیل می‌شود، بنابراین تعداد اجزا افزایش می‌یابد که این موضوع موجب افزایش دقت در حل مسئله می‌شود. افزون بر این، زمان و حجم محاسبات نیز به دلیل ازدیاد تعداد اجزا افزایش می‌یابد. بنابراین در این مدل‌سازی با توجه به شکل هندسی پیچیده حدیده و همچنین نیاز به دقت زیاد برای تحلیل جریان مذاب پلیمر در آن، از اجزای هرمی چهاروجهی استفاده شده است. همچنین، دو روش اجزای محدود پنالتی و ترکیبی برای حل مسائل مکانیک سیالات به کار گرفته شده است. اساس روش پنالتی حذف متغیر فشار از معادلات حرکت با استفاده از معادله پیوستگی است. بدین منظور، می‌توان فشار را به شکل زیر بیان کرد:

$$p=-\lambda^*\left(\frac{\partial v_x}{\partial x}+\frac{\partial v_y}{\partial y}+\frac{\partial v_z}{\partial z}\right) \quad (۹)$$

λ^* به پارامتر پنالتی معروف است که اگر این پارامتر عدد نسبتاً بزرگی انتخاب شود، می‌تواند معادلات پیوستگی را ارضا کند. در مسائل

www.SID.ir

سیالات غیرنیوتنی برای ارضا و اعمال پیوستگی باید تعادلی بین گرانروی و پارامتر پنالتی برقرار شود. برای این منظور، مقدار *λ به شکل تابعی از گرانروی پیشنهاد شده تا معادله پیوستگی به طور یکنواخت در کل دامنه جریان اعمال شود. یعنی:

$$\lambda^* = \eta\lambda \qquad (۱۰)$$

که در این معادله η گرانروی و λ عددی بزرگ و مثبت است که به وسیله روش سعی و خطای عددی محاسبه می‌شود. به طور عمومی $\lambda = ۱۰^۴\mu$ -$۱۰^{۱۲}\mu$ نتایج خوبی را ارائه می‌کند.

حذف فشار به عنوان مقداری اولیه در روش پنالتی می‌تواند به دو روش انجام شود. این روش‌ها عبارتند از: پنالتی پیوسته که در آن فشار در معادلات حرکت به طور مستقیم به کمک معادله (۹) جایگزین شده و روش پنالتی گسسته که در این روش ابتدا معادله (۹) به شکل گسسته درآمده و سپس در معادلات حرکت جایگزین می‌شود. در هر دو حالت تعیین مقدار فشار به کمک محاسبات ثانویه که به نام روش بازیابی تغییرات خوانده می‌شود، انجام می‌گیرد. در روش پنالتی حجم محاسبات و عملیات رایانه‌ای کاهش می‌یابد. به همین دلیل در این پژوهش، ابتدا این روش به عنوان روش مناسب مد نظر قرار گرفت، ولی نتایج به دست آمده نشان داد که این روش قابلیت تحلیل دقیق جریان را با اجزای هرمی چهاروجهی ندارد و جواب‌های ناپایداری برای فشار ارائه می‌کند. به همین دلیل از این روش، صرف نظر و روش ترکیبی جایگزین آن شد.

برای اعمال روش اجزای محدود ترکیبی، ابتدا مؤلفه‌های تنش در معادلات (۲) تا (۴) از روی معادله ماتریسی (۸) جایگزین شده و سپس معادلات (۲) تا (۴) جدید به همراه معادله پیوستگی (۱) در چهار تابع وزنی ضرب و انتگرال عبارت حاصل روی دامنه یک جزء مبنا برابر صفر قرار داده می‌شود:

$$0 = \int_\Omega w_1 \{ \begin{cases} \frac{-\partial}{\partial x}(2\eta\frac{\partial v_x}{\partial x}) - \frac{\partial}{\partial y}\left[\eta(\frac{\partial v_x}{\partial y}+\frac{\partial v_y}{\partial x})\right] \\ -\frac{\partial}{\partial z}\left[\eta(\frac{\partial v_x}{\partial z}+\frac{\partial v_z}{\partial x})\right] + \\ \rho(v_x\frac{\partial v_x}{\partial x}+v_y\frac{\partial v_x}{\partial y}+v_z\frac{\partial v_x}{\partial z}) - \frac{\partial p}{\partial x} - \rho g_x \end{cases} \} dxdydz \qquad (۱۱)$$

$$0 = \int_\Omega w_2 \{ \begin{cases} \frac{-\partial}{\partial y}(2\eta\frac{\partial v_y}{\partial y}) - \frac{\partial}{\partial x}\left[\eta(\frac{\partial v_x}{\partial y}+\frac{\partial v_y}{\partial x})\right] \\ -\frac{\partial}{\partial z}\left[\eta(\frac{\partial v_y}{\partial z}+\frac{\partial v_z}{\partial y})\right] + \\ \rho(v_x\frac{\partial v_y}{\partial x}+v_y\frac{\partial v_y}{\partial y}+v_z\frac{\partial v_y}{\partial z}) - \frac{\partial p}{\partial y} - \rho g_y \end{cases} \} dxdydz \qquad (۱۲)$$

$$0 = \int_\Omega w_3 \{ \begin{cases} \frac{-\partial}{\partial z}(2\eta\frac{\partial v_z}{\partial z}) - \frac{\partial}{\partial x}\left[\eta(\frac{\partial v_x}{\partial z}+\frac{\partial v_z}{\partial x})\right] \\ -\frac{\partial}{\partial y}\left[\eta(\frac{\partial v_y}{\partial z}+\frac{\partial v_z}{\partial y})\right] + \\ \rho(v_x\frac{\partial v_z}{\partial x}+v_y\frac{\partial v_z}{\partial y}+v_z\frac{\partial v_z}{\partial z}) - \frac{\partial p}{\partial z} - \rho g_z \end{cases} \} dxdydz \qquad (۱۳)$$

$$0 = \int_\Omega w_4 (\frac{\partial v_x}{\partial x}+\frac{\partial v_y}{\partial_y}+\frac{\partial v_z}{\partial_z}) dxdydz \qquad (۱۴)$$

که w_1، w_2، w_3 و w_4 به ترتیب چهار تابع وزنی مختلف‌اند. انتخاب مناسب این توابع بسیار حائز اهمیت است و کلید اصلی در حل دقیق معادلات به شمار می‌آید. از نقطه نظر فیزیکی با توجه به این که معادله (۱۱)، معادله حرکت بوده و بیانگر نیروست، بنابراین w_1 باید شبیه v_x باشد، به طوری که حاصل ضرب w_1. ρg_x بیانگر توان باشد. به طور مشابه w_2 و w_3 باید به ترتیب شبیه v_y و v_z باشند. از طرف دیگر، w_4 باید شبیه نیرویی باشد که باعث تغییر حجم شده که خود تحت تأثیر فشار هیدروستاتیک رخ می‌دهد. بنابراین، w_4 مشابه P- است.

در مرحله بعد شکل تضعیف شده معادله‌های یاد شده با استفاده از قضیه دیورژانس (divergence theorem) به دست می‌آید. در این دامنه اجزا به دو ناحیه Ω (ناحیه درونی) و Γ (ناحیه مرزی) تقسیم می‌شود. لازم است، قبل از نوشتن معادله‌های (۱۵) تا (۱۸) ابتدا شکل تضعیف شده نوشته شود. پس از این مرحله مشاهده می‌شود که متغیرهای سرعت در امتداد مرزهای اجزا پیوسته‌اند، ولی متغیر فشار متغیری نقطه‌ای است که در امتداد مرزهای اجزا ناپیوسته است. از این رو، پیوستگی‌های مختلف برای درون‌یاب‌های میدان فشار و سرعت وجود دارد:

$$v_x = \sum_{j=1}^{n} v_{xj}^e \phi_j \qquad (۱۵)$$

$$v_y = \sum_{j=1}^{n} v_{yj}^e \phi_j \qquad (۱۶)$$

$$v_z = \sum_{j=1}^{n} v_{zj}^e \phi_j \qquad (۱۷)$$

$$p = \sum_{j=1}^{m} p_j^e \varphi_j \qquad (۱۸)$$

www.SID.ir

φ_j^e و ϕ_j^e توابع درون‌یاب با درجه‌های مختلف‌اند (m+۱=n ،m<n). با قرار دادن توابع درون‌یاب و استفاده از روش گلرکین، می‌توان معادلات اجزای محدود را به شکل ماتریسی زیر نوشت:

$$\begin{bmatrix} [k_{11}] & [k_{12}] & [k_{13}] & [k_{14}] \\ [k_{21}] & [k_{22}] & [k_{23}] & [k_{24}] \\ [k_{31}] & [k_{32}] & [k_{33}] & [k_{34}] \\ [k_{41}] & [k_{42}] & [k_{43}] & [k_{44}] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \{v_x\} \\ \{v_y\} \\ \{v_z\} \\ \{p\} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \{F^1\} \\ \{F^2\} \\ \{F^3\} \\ \{F^4\} \end{bmatrix} \quad (۱۹)$$

که

$$(K^{11})_{ij} = \iiint_\Omega \left\{ \begin{array}{l} (2\eta \frac{\partial\phi_i}{\partial x}\frac{\partial\phi_j}{\partial x} + \eta \frac{\partial\phi_i}{\partial y}\frac{\partial\phi_j}{\partial y} \\ + \eta \frac{\partial\phi_i}{\partial z}\frac{\partial\phi_j}{\partial z}) \\ + \rho\phi_i(\bar{v}_x \frac{\partial\phi_j}{\partial x} + \bar{v}_y \frac{\partial\phi_j}{\partial y} + \bar{v}_z \frac{\partial\phi_j}{\partial z}) \end{array} \right\} dxdydz \quad (۲۰)$$

$$(K^{12})_{ij} = \iiint_\Omega \left\{ (\eta \frac{\partial\phi_i}{\partial y}\frac{\partial\phi_j}{\partial x}) \right\} dxdydz \quad (۲۱)$$

$$(K^{13})_{ij} = \iiint_\Omega \left\{ (\eta \frac{\partial\phi_i}{\partial z}\frac{\partial\phi_j}{\partial x}) \right\} dxdydz \quad (۲۲)$$

$$(K^{14})_{ij} = \iiint_\Omega \left\{ (\eta \frac{\partial\phi_i}{\partial x}\varphi_j) \right\} dxdydz \quad (۲۳)$$

$$(K^{21})_{ij} = \iiint_\Omega \left\{ (\eta \frac{\partial\phi_i}{\partial x}\frac{\partial\phi_j}{\partial y}) \right\} dxdydz \quad (۲۴)$$

$$(K^{22})_{ij} = \iiint_\Omega \left\{ \begin{array}{l} (\eta \frac{\partial\phi_i}{\partial x}\frac{\partial\phi_j}{\partial x} + 2\eta \frac{\partial\phi_i}{\partial y}\frac{\partial\phi_j}{\partial y} + \eta \frac{\partial\phi_i}{\partial z}\frac{\partial\phi_j}{\partial z}) \\ + \rho\phi_i(\bar{v}_x \frac{\partial\phi_j}{\partial x} + \bar{v}_y \frac{\partial\phi_j}{\partial y} + \bar{v}_z \frac{\partial\phi_j}{\partial z}) \end{array} \right\} dxdydz \quad (۲۵)$$

$$(K^{23})_{ij} = \iiint_\Omega \left\{ (\eta \frac{\partial\phi_i}{\partial z}\frac{\partial\phi_j}{\partial y}) \right\} dxdydz \quad (۲۶)$$

$$(K^{24})_{ij} = \iiint_\Omega \left\{ (\eta \frac{\partial\phi_i}{\partial y}\varphi_j) \right\} dxdydz \quad (۲۷)$$

$$(K^{31})_{ij} = \iiint_\Omega \left\{ (\eta \frac{\partial\phi_i}{\partial x}\frac{\partial\phi_j}{\partial z}) \right\} dxdydz \quad (۲۸)$$

$$(K^{32})_{ij} = \iiint_\Omega \left\{ (\eta \frac{\partial\phi_i}{\partial y}\frac{\partial\phi_j}{\partial z}) \right\} dxdydz \quad (۲۹)$$

$$(K^{33})_{ij} = \iiint_\Omega \left\{ \begin{array}{l} (\eta \frac{\partial\phi_i}{\partial x}\frac{\partial\phi_j}{\partial x} + \eta \frac{\partial\phi_i}{\partial y}\frac{\partial\phi_j}{\partial y} + 2\eta \frac{\partial\phi_i}{\partial z}\frac{\partial\phi_j}{\partial z}) \\ + \rho\phi_i(\bar{v}_x \frac{\partial\phi_j}{\partial x} + \bar{v}_y \frac{\partial\phi_j}{\partial y} + \bar{v}_z \frac{\partial\phi_j}{\partial z}) \end{array} \right\} dxdydz \quad (۳۰)$$

$$(K^{34})_{ij} = \iiint_\Omega \left\{ (\eta \frac{\partial\phi_i}{\partial z}\varphi_j) \right\} dxdydz \quad (۳۱)$$

$$(K^{41})_{ij} = -\iiint_\Omega \left\{ (\frac{\partial\phi_i}{\partial x}\varphi_j) \right\} dxdydz \quad (۳۲)$$

$$(K^{42})_{ij} = -\iiint_\Omega \left\{ (\frac{\partial\phi_i}{\partial y}\varphi_j) \right\} dxdydz \quad (۳۳)$$

$$(K^{43})_{ij} = -\iiint_\Omega \left\{ (\frac{\partial\phi_i}{\partial z}\varphi_j) \right\} dxdydz \quad (۳۴)$$

$$(K^{44})_{ij} = 0 \quad (۳۵)$$

$$(F^1)_i = \int_\Gamma \varphi_i(-pn_x + \tau_{xx}n_x + \tau_{yx}n_y + \tau_{zx}n_z)\ d\Gamma \quad (۳۶)$$

$$(F^2)_i = \int_\Gamma \varphi_i(-pn_y + \tau_{xy}n_x + \tau_{yy}n_y + \tau_{zy}n_z)\ d\Gamma \quad (۳۷)$$

$$(F^3)_i = \int_\Gamma \varphi_i(-pn_z + \tau_{xz}n_x + \tau_{yz}n_y + \tau_{zz}n_z)\ d\Gamma \quad (۳۸)$$

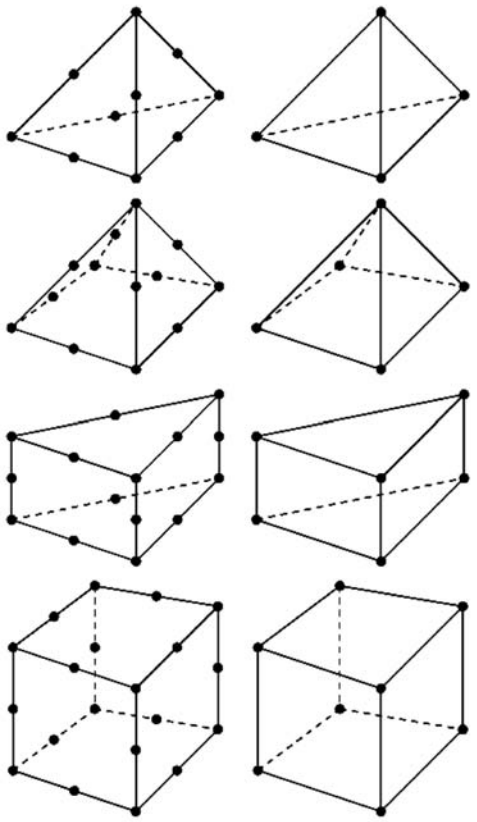
در معادلات بالا n_x، n_y و n_z به ترتیب بردارهای عمود بر مرز اجزا و $\bar{v}_x$، $\bar{v}_y$ و $\bar{v}_z$ نیز مقادیر سرعت متوسط هستند[۱۸-۱۲].

انتخاب اجزای مناسب

همان‌طور که تاکنون مطرح شد، در روش ترکیبی متغیرهای سرعت در امتداد مرزهای اجزا پیوسته‌اند، ولی متغیر فشار متغیری نقطه‌ای است که در امتداد مرزهای اجزا ناپیوسته است. به همین دلیل باید از توابع درون‌یاب و اجزایی با درجه‌های متفاوت برای متغیرهای سرعت و فشار استفاده کرد. از این رو، اجزای خانواده Taylor-Hood به عنوان اجزایی مناسب برای روش ترکیبی معرفی شده‌اند.

شکل ۱ اجزای هرمی و مکعبی Taylor-Hood را نشان می‌دهد که

www.SID.ir

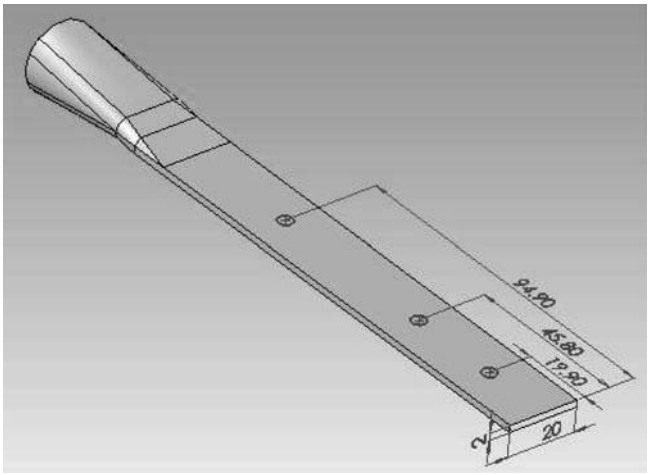


شکل ۱ ـ اجزای Taylor-Hood برای فشار و سرعت.

می‌توان برای فشار و سرعت در حالت سه بعدی از آنها در مدل ترکیبی استفاده کرد. بر اساس این شکل اجزای سمت راست برای فشار و اجزای سمت چپ برای سرعت مورد استفاده قرار می‌گیرند. همان طور که در این اجزا دیده می‌شود، اجزای فشار یک درجه پایین‌تر از اجزای سرعت هستند. چون جمله فشار در همه گره‌ها ظاهر نمی‌شود، سوار کردن فقط برای درجه‌های آزادی سرعت قابل اعمال است. بنابراین، یک شبکه اجزای محدود با N گره دارای 3N+M مجهول است که N تعداد گره‌ها در اجزا (3N تعداد درجه‌های آزادی سرعت در حالت سه بعدی) و M تعداد درجه‌های آزادی فشار است [۱۸-۱۶].

اجزای هرمی چهار وجهی ۱۰ گره‌ای برای سرعت و ۴ گره‌ای برای فشار، کارآمدترین اجزا برای شبکه‌بندی‌های پیچیده معرفی شده‌اند. بنابراین در این پژوهش، از این اجزا برای شبکه‌بندی مسیر جریان در حدیده استفاده شده و برنامه اجزای محدود بر اساس این اجزا نوشته شده است.

در نهایت برای تکمیل مدل ریاضی شرایط مرزی اعمال شد. شکل ۲ نمای سه بعدی این حدیده را نشان می‌دهد. برای اعمال شرایط مرزی سرعت سیال روی دیواره‌ها برابر صفر در نظر گرفته شد. به عبارت دیگر، شرط مرزی نوع اول اعمال شد. برای مقدار ورودی سرعت



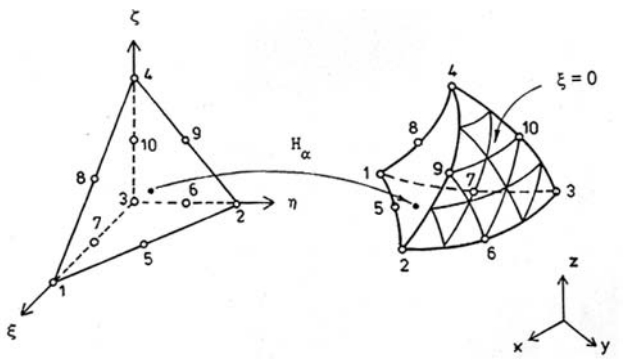
شکل ۲ ـ نمای سه بعدی از حدیده (اندازه‌ها به میلی‌متر هستند).

متوسط ورود مذاب (محاسبه شده از دبی متوسط اکسترودر) و برای خروجی شرایط فشار آزاد یعنی شرط مرزی نوع دوم اعمال شده است.

بنابراین، مهم‌ترین نوآوری این پژوهش را می‌توان به کارگیری هم‌زمان اجزای هرمی چهاروجهی درجات بالا با روش اجزای محدود ترکیبی دانست. همچنین، برای تکمیل آن و به منظور حصول اطمینان از دقت و صحت کاربری مدل ایجاد شده نتایج به طور کامل با داده‌های تجربی مقایسه شد و در نهایت روش مطمئنی برای شبیه‌سازی حدیده‌های مورد استفاده در صنایع پلیمری با هندسه‌های پیچیده که بر مبنای استفاده از اجزای یاد شده هستند، ارائه شد. همچنین، اثر گرانروی مذاب بر دقت تحلیل مدل نیز بررسی شد.

استراتژی حل معادلات

برای حل معادلات، انتقال به مختصات محلی برای اجزای ایزوپارامتریک هرمی انجام شده (شکل ۳) و سپس اعضای ماتریس سفتی و بردار بار در هر جزء به کمک روش انتگرال‌گیری گوس محاسبه شدند. به دنبال آن معادلات جبری حاصل درون یک ماتریس کل قرار گرفته، روی هم سوار



شکل ۳ ـ انتقال به مختصات محلی دراجزای چهار وجهی ۱۰ گره‌ای.

www.SID.ir

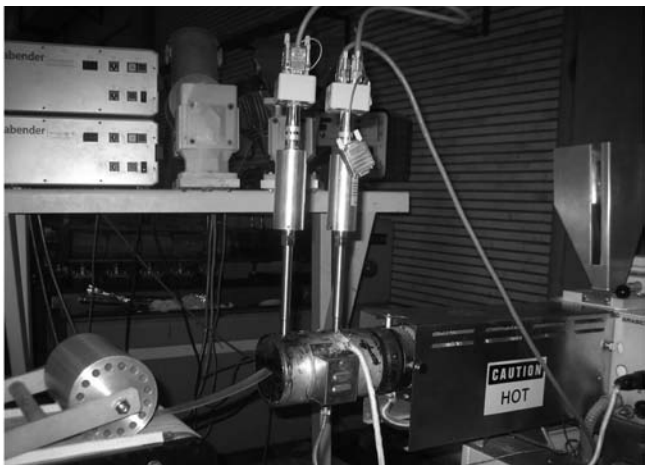
جدول ۱ ـ خواص فیزیکی و رئولوژیکی پلی‌اتیلن های مختلف.

مشخصه / پلیمر	PE-EX3	PE-0200	PE-5218
شاخص قانون توانی	۰/۲۹	۰/۴۳	۰/۸۵
ثابت پایداری ($Pa.s^n$)	۵۶۶۰۰	۱۳۱۰۰	۱۱۳۰
چگالی مذاب ($kg.m^{-3}$)	۷۸۰	۷۵۰	۷۶۰
شاخص جریان مذاب (g/۱۰min)	۰/۴-۰/۷	۱/۸-۲/۲	۱۷-۱۹

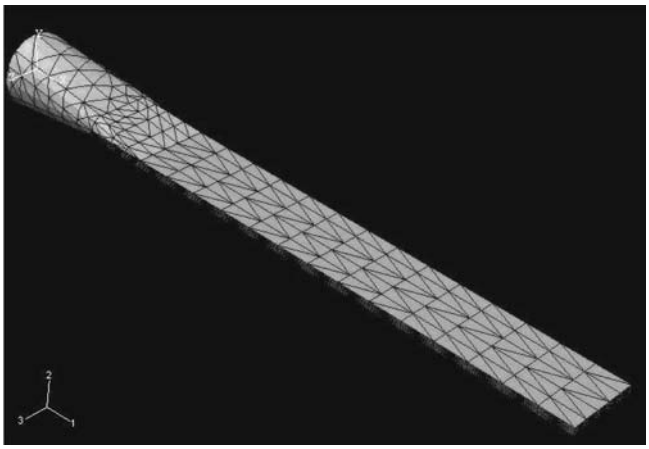
شده و پس از اعمال شرایط مرزی به وسیله الگوریتم حل فرونتال گوس حل شدند. غیرنیوتنی بودن رفتار رئولوژیکی سیال و وجود مؤلفه‌های سرعت در جمله جابه‌جایی موجب می شود، تا معادلات نهایی به دست آمده غیرخطی باشند که از روش تکرار پیکارد برای حل این معادلات استفاده شد.

نتایج و بحث

با استفاده از روش محاسباتی که در بخش‌های قبل توضیح داده شد، برنامه رایانه‌ای به زبان فورترن نوشته و از آن برای شبیه‌سازی جریان مذاب استفاده شد. برای تعیین اعتبار مدل ایجاد شده، نتایج مدل‌سازی با داده‌های تجربی به دست آمده از اکسترودر تک‌پیچی آزمایشگاهی برابندر مقایسه شد. آزمایش‌ها برای پنج سرعت مختلف پیچ ۲۰، ۴۰، ۶۰، ۸۰ و ۱۰۰ rpm طراحی شد. این شبیه‌سازی برای پلی‌اتیلن سنگین نوع Poliran (HDPE) 5218-EA و پلی‌اتیلن سبک نوع LF-0200



شکل ۴ ـ نمایی از فرایند اکستروژن به وسیله اکسترودر مجهز به حدیده و فشارسنج.



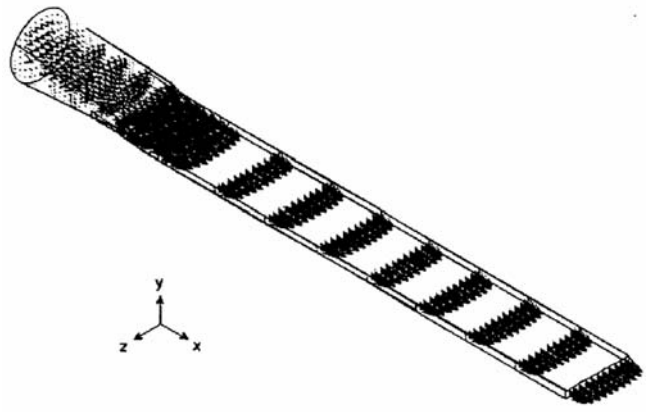
شکل ۵ ـ شبکه‌بندی مسیر جریان در حدیده.

Poliran (LDPE) ساخت پتروشیمی بندر امام و پلی‌اتیلن سنگین نوع PE-EX3 (HDPE) ساخت پتروشیمی اراک انجام شد. خواص فیزیکی و مکانیکی این سه نوع پلی‌اتیلن در جدول ۱ آمده است.

در هر آزمایش فشار در سه ناحیه واقع روی حدیده که در شکل ۲ نشان داده شده اند، اندازه گیری شد و دبی وزنی متوسط نیز برای هر دور پیچ معین شد. شکل ۴ نمایی از فرایند اکستروژن با استفاده از این حدیده و یک اکسترودر تک‌پیچی و همچنین نحوه تعیین فشار در نواحی مختلف حدیده را نشان می دهد.

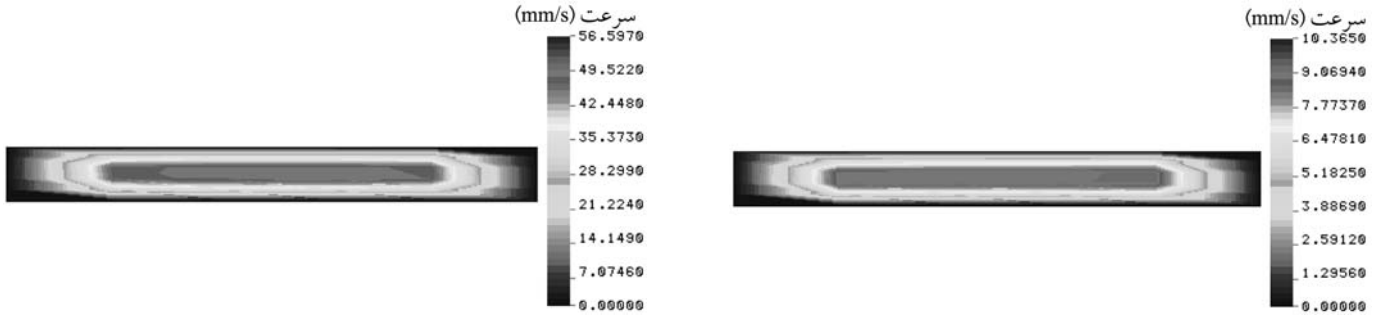
با توجه به مقدار دبی جرمی، سرعت متوسط ورود مذاب به حدیده به عنوان شرط مرزی ورودی برای مدل‌سازی انتخاب شد. شبکه‌بندی مسیر جریان درون حدیده در شکل ۵ نشان داده شده است. در این شبکه‌بندی از اجزای هرمی ۱۰ گره‌ای استفاده شده است. تعداد کل اجزا ۶۴۱۵ و تعداد کل گره ها ۹۷۸۵ عدد بود.

شکل ۶ بردارهای سرعت حاصل از مدل‌سازی را برای سرعت پیچ



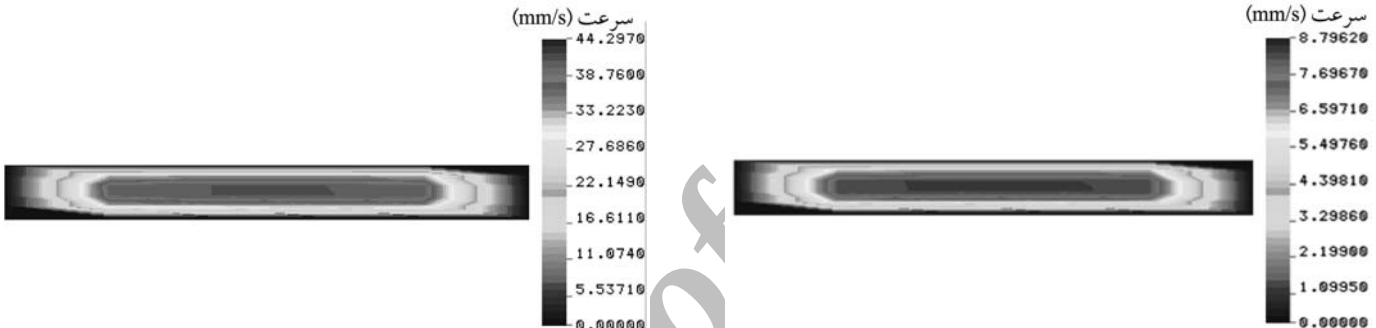
شکل ۶ ـ بردار سرعت در طول حدیده در سرعت پیچ ۶۰ rpm.

www.SID.ir



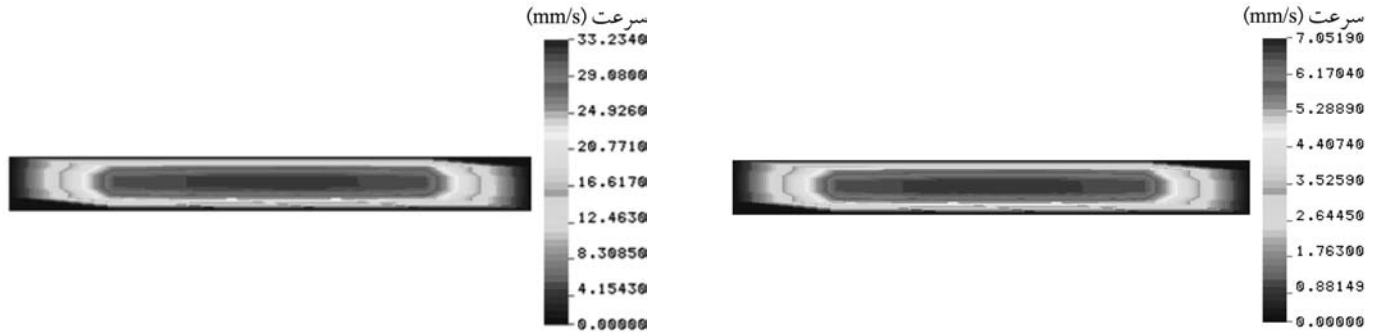
(ب) (الف)

شکل ۷ - نیم‌رخ سرعت در خروجی حدیده برای نمونه PE-5218 در سرعت‌های مختلف پیچ: (الف) ۲۰ rpm و (ب) ۱۰۰ rpm.



(ب) (الف)

شکل ۸ - نیم‌رخ سرعت در خروجی حدیده برای نمونه PE-0200 در سرعت‌های مختلف پیچ: (الف) ۲۰ rpm و (ب) ۱۰۰ rpm.



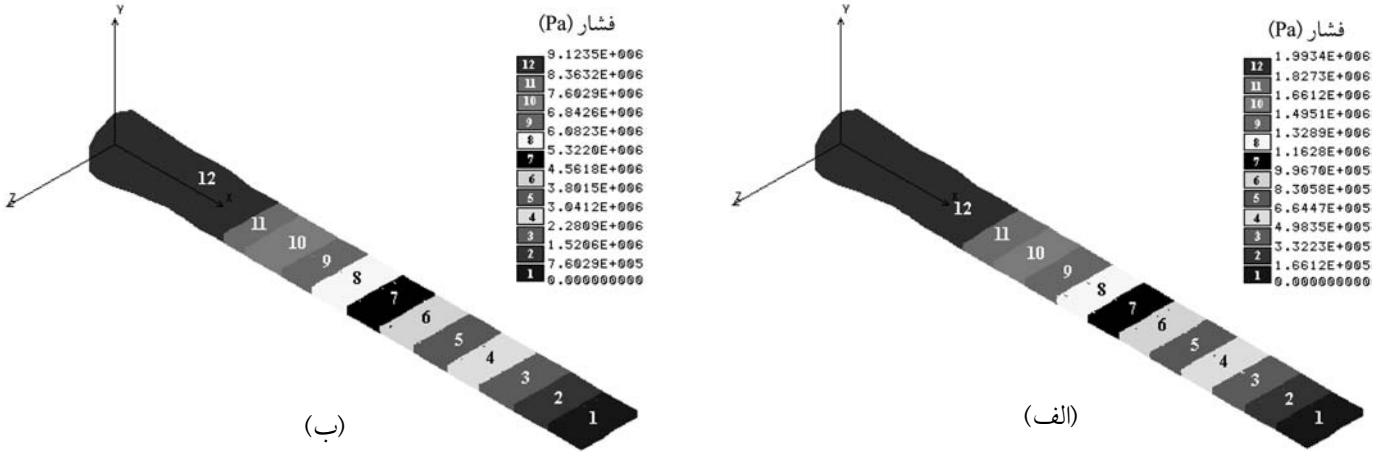
(ب) (الف)

شکل ۹ - نیم‌رخ سرعت در خروجی حدیده برای نمونه PE-EX3 در سرعت‌های مختلف پیچ: (الف) ۲۰ rpm و (ب) ۱۰۰ rpm.

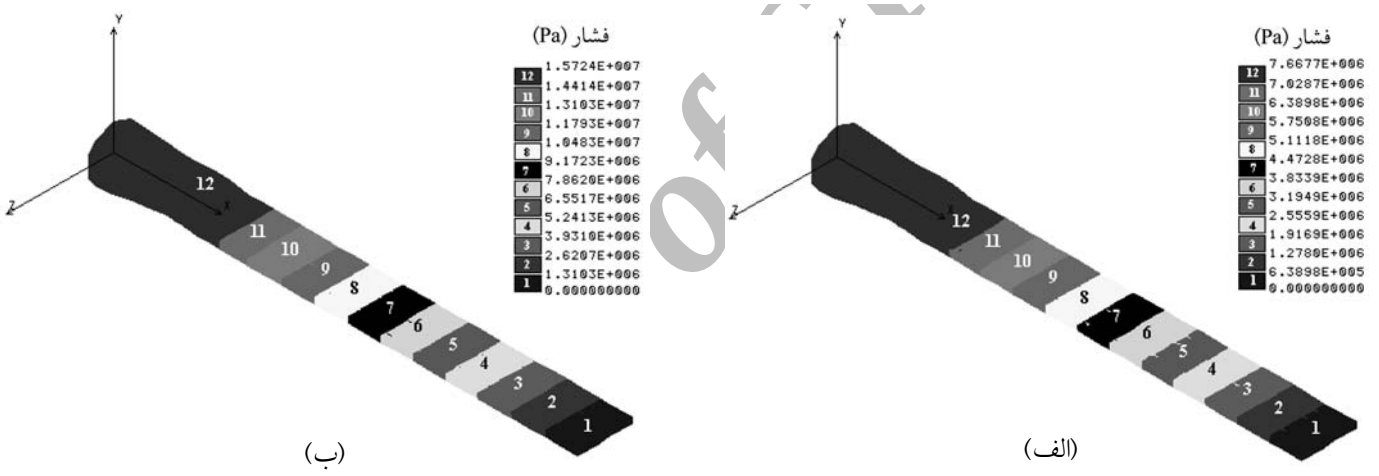
۶۰ rpm نشان می‌دهد. شکل‌های ۷ تا ۹ نیز نیم‌رخ سرعت در ناحیه خروجی حدیده در سرعت‌های ۲۰ و ۱۰۰ rpm را برای نمونه‌های مختلف PE نشان می‌دهد. نتایج شبیه‌سازی برای فشار درون حدیده در سرعت‌های پیچ ۲۰ و ۱۰۰ rpm برای سه نمونه PE در شکل‌های ۱۰ تا ۱۲ نشان داده شده است. نمودار تغییرات فشار در طول حدیده برای نمونه‌های مختلف PE و در سرعت‌های پیچ متفاوت در شکل ۱۳ الف - ج آورده شده است.

برای تعیین اعتبار نتایج مدل‌سازی با نتایج تجربی، فشار در سه نقطه

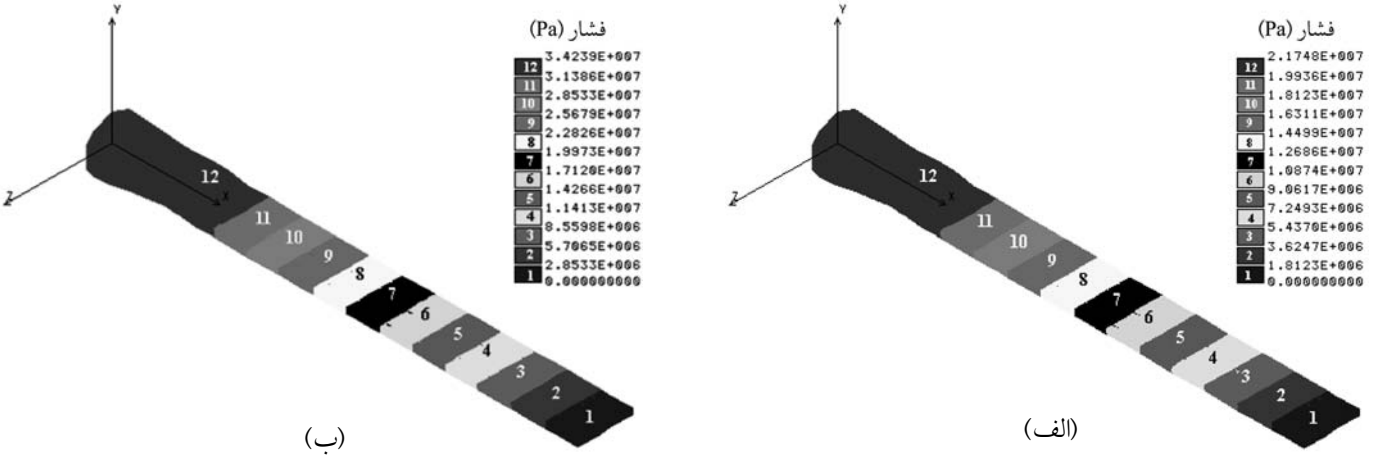
www.SID.ir



شکل ۱۰ ـ تغییرات فشار در طول حدیده برای نمونه PE-5218 در سرعت‌های مختلف پیچ: (الف) ۲۰ rpm و (ب) ۱۰۰ rpm.

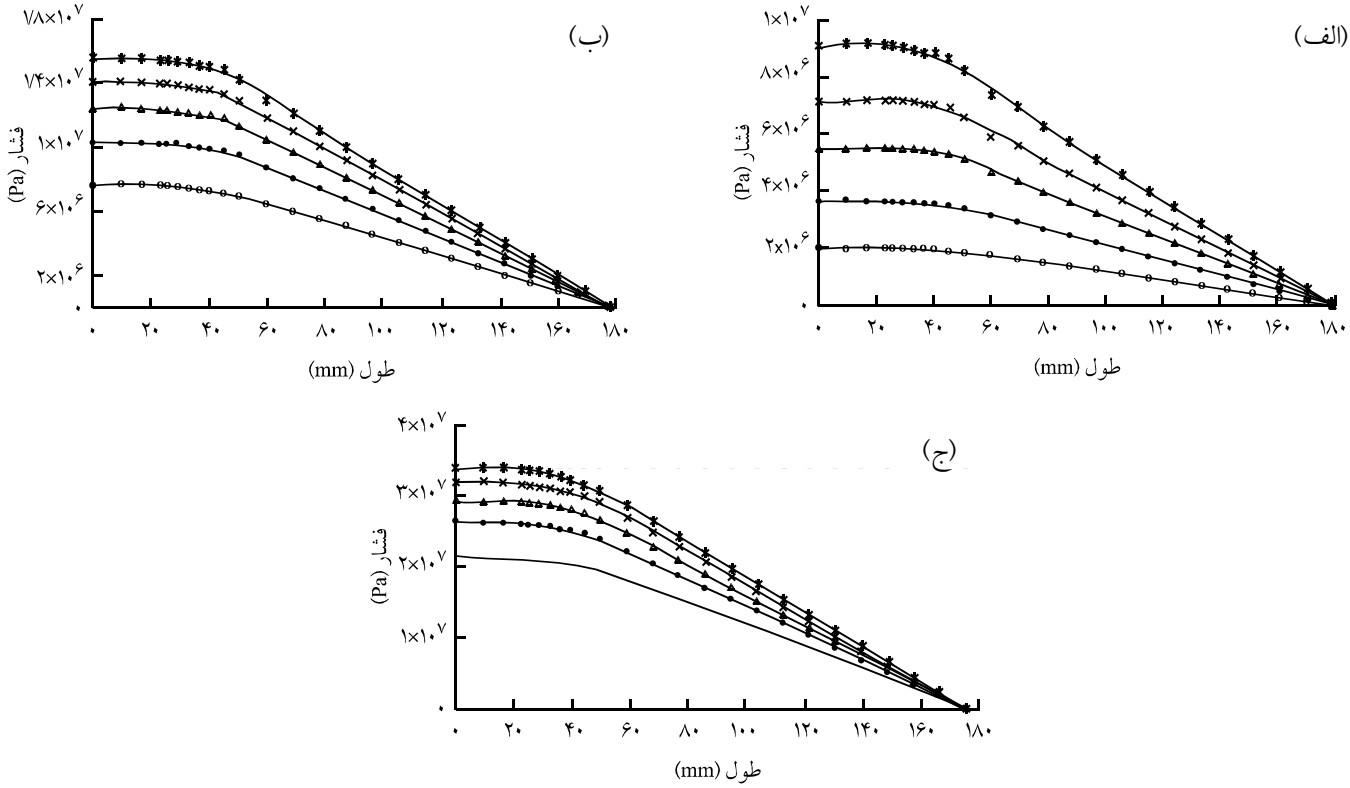


شکل ۱۱ ـ تغییرات فشار در طول حدیده برای نمونه PE-0200 در سرعت‌های مختلف پیچ : (الف) ۲۰ rpm و (ب) ۱۰۰ rpm.



شکل ۱۲ ـ تغییرات فشار در طول حدیده برای نمونه PE-EX3 در سرعت‌های مختلف پیچ: (الف) ۲۰ rpm و (ب) ۱۰۰ rpm.

www.SID.ir



شکل ۱۳ ـ مقایسه تغییرات فشار محاسباتی در طول حدیده در سرعت های مختلف برای نمونه های: (الف) PE-5218، (ب) PE-0200 و (ج) PE-EX3.

جدول ۲ ـ مقایسه بین فشارهای تجربی و محاسباتی دربخش های مختلف حدیده.

نمونه	سرعت پیچ (rpm)	دبی وزنی تجربی (g/s)	سرعت متوسط ورودی (mm/s)	فشار ناحیه اول (MPa)		فشارناحیه دوم (MPa)		فشار ناحیه سوم (MPa)	
				تجربی	مدل سازی	تجربی	مدل سازی	تجربی	مدل سازی
EX3	۲۰	۰/۱۸۷	۰/۷۴۶	۱۴/۴۵	۱۴/۴۷	۶/۹۲	۶/۹۶	۲/۸۰	۲/۷۹
0200		۰/۲۱۵	۰/۹۱۲	۵/۳۰	۵/۲۸	۲/۵۵	۲/۵۳	۱/۱۷	۱/۱۵
5218		۰/۲۲۲	۰/۹۴۱	۱/۴۵	۱/۴۲	۰/۷۱	۰/۷۱	۰/۳۰	۰/۳۱
EX3	۴۰	۰/۳۷۰	۱/۴۷۳	۱۷/۹۴	۱۷/۸۹	۸/۴۹	۸/۴۷	۳/۵۰	۳/۴۸
0200		۰/۴۲۳	۱/۷۹۶	۷/۱۰	۷/۰۸	۳/۴۰	۳/۳۹	۱/۷۵	۱/۷۲
5218		۰/۴۴۳	۱/۸۸۱	۲/۶۴	۲/۵۸	۱/۳۰	۱/۲۸	۰/۵۹	۰/۵۸
EX3	۶۰	۰/۵۳۹	۲/۱۴۷	۲۰/۰۰	۱۹/۹۵	۹/۶۵	۹/۶۴	۴/۲۰	۴/۱۷
0200		۰/۶۴۳	۲/۷۳۲	۸/۵۰	۸/۴۷	۴/۰۴	۴/۰۴	۱/۸۳	۱/۸۲
5218		۰/۶۵۸	۲/۹۸۱	۳/۹۵	۳/۸۲	۱/۸۶	۱/۸۲	۰/۸۹	۰/۸۵
EX3	۸۰	۰/۷۲۱	۲/۸۷۱	۲۱/۵۰	۲۱/۴۸	۱۰/۴۵	۱۰/۴۶	۴/۵۴	۴/۵۱
0200		۰/۸۵۳	۳/۶۲۴	۹/۶۵	۹/۶۲	۴/۵۸	۴/۵۷	۲/۰۲	۱/۹۸
5218		۰/۸۸۴	۴/۰۰۵	۵/۲۵	۴/۸۳	۲/۵۵	۲/۳۵	۱/۱۶	۱/۰۵
EX3	۱۰۰	۰/۸۸۰	۳/۵۰۴	۲۲/۹۵	۲۲/۹۲	۱۱/۱۰	۱۱/۰۸	۴/۹۵	۴/۹۳
0200		۱/۰۵۶	۴/۴۸۹	۱۰/۷۰	۱۰/۶۵	۵/۰۴	۵/۰۵	۲/۲۵	۲/۲۵
5218		۱/۱۳۸	۵/۱۵۸	۶/۶۵	۶/۱۲	۳/۱۵	۲/۹۰	۱/۴۲	۱/۲۳

www.SID.ir

از حدیده محاسبه شد که نتایج آن در جدول ۲ آمده است. همان طور که در جدول ۲ ملاحظه می‌شود، توافق خوبی بین نتایج تجربی و مدل‌سازی برای تمام نمونه‌ها تا سرعت پیچ ۶۰ rpm وجود دارد و اختلاف بین این مقادیر بسیار ناچیز است. این انحراف ناچیز می‌تواند به خطاهای ناشی از استفاده از روش‌های عددی برای حل معادلات حاکم، محاسبه سرعت متوسط ورودی از دبی جرمی و همچنین خطای ناشی از اندازه گیری فشار به کمک فشارسنج‌های اکسترودر نسبت داده شود. در سرعت‌های بیش از ۶۰ rpm برای نمونه PE-5218 انحراف بیشتری از نتایج تجربی مشاهده می‌شود که این مسئله را می‌توان به تغییر رفتار رئولوژیکی مذاب پلیمری از غیرنیوتنی به نیوتنی نسبت داد. با توجه به این که گرانروی نمونه PE-5218 کمتر از دو نمونه دیگر است، تغییر رفتار رئولوژیکی از غیرنیوتنی به نیوتنی در سرعت‌های برش زیاد برای این نمونه امکان‌پذیر است و این مسئله موجب کاهش دقت مدل برای تحلیل رفتار آن در طول حدیده می‌شود.

بنابراین، اختلاف بسیار جزئی بین نتایج شبیه‌سازی و نتایج به دست آمده از آزمایش‌های تجربی برای دو نمونه PE-0200 و PE-EX3 بیانگر این مسئله است که مدل توسعه داده شده، قابلیت تحلیل دقیق جریان مذاب‌های پلیمری با گرانروی زیاد را در حدیده‌های مختلف اکسترودر فراهم کرده و با استفاده از این مدل می‌توان رفتار جریان مذاب این پلیمرها را در سرعت‌های برش مختلف به طور دقیق پیش‌بینی کرد. همچنین، مدل توسعه داده شده قابلیت شبیه‌سازی دقیق جریان را برای پلیمرهایی با گرانروی کم در سرعت‌های برش کم داراست. ولی، برای تحلیل رفتار مذاب این پلیمرها در سرعت های برش زیاد به دلیل تغییر رفتار رئولوژیکی مذاب از غیرنیوتنی به نیوتنی دقت مدل کاهش یافته و باید تغییر رفتار رئولویکی مذاب در مدل لحاظ شود.

نتیجه‌گیری

در این پژوهش با استفاده از روش اجزای محدود، یک مدل ریاضی برای شبیه‌سازی جریان سیالات پلیمری درون حدیده های مورد استفاده در فرایند اکستروژن توسعه داده شد. مبنای این مدل ریاضی استفاده از اجزای هرمی چهاروجهی است. بنابراین، قابلیت مدل‌سازی حدیده‌های مختلف با شکل‌های هندسی پیچیده با استفاده از این مدل فراهم می شود.

مقایسه نتایج تجربی با نتایج حاصل از مدل‌سازی برای مذاب‌های پلی‌اتیلن با گرانروی‌های مختلف که از رفتار رئولوژیکی قانون‌توانی تبعیت می‌کنند، ثابت کرد که این مدل در تحلیل جریان سیالات پلیمری با گرانروی زیاد از دقت بسیار بالایی برخوردار است. اما، برای سیالات پلیمری با گرانروی کم در سرعت‌های برش زیاد به علت تغییر رفتار رئولوژیکی سیال پلیمری از حالت غیرنیوتنی به نیوتنی دقت مدل کاهش می‌یابد و باید این تغییر رفتار سیال در مدل در نظر گرفته شود.

مراجع

1. Michaeli W., *Extrusion Die for Plastics and Rubbers,* Hansser, Chap.1 and 3, Munich, 1992.
2. Sander R. and Pittman J.F.T., Simulation of Slit Dies in Operation Including the Interaction between Melt Pressure and Die Deflection, *Polym. Eng. Sci.,* **35**, 1713-1722, 1995.
3. Tanoue S. and Iemoto Y., Effect of Die Gap Width on Annular Extrudates by the Annular Extrudate Swell Simulation in Steady-States, *Polym. Eng. Sci.,* **39**, 2172-2180, 1996.
4. Liu L.D., Wen S.H. and Liu T.J., Extrusion Die Design for Viscoplastic Fluids, *Adv. Polym. Technol.,* **13**, 283-295, 1994.
5. Liu L.D., Wen S.H. and Liu T.J., A Simple Model for Heat Transfer Inside an Extrusion Die, *Polym. Eng. Sci.,* **35**, 1713-1722, 1996.
6. Huneault M.A., Lafleur P.G. and Carreau P.J., Evaluation of the FAN Technique for Profile Die Design, *Int. Polym. Proc.,* **11**, 50-57, 1996.
7. Lawal A., Railkar S. and Kalyon D.M., A New Approach to Simulation of Die Flow Which Incorporates the Extruder and Rotating Screw Tips in the Analysis, *Int. Polym. Proc.*, **12**, 123-129, 1997.
8. Malik M. and Kalyon D.M., 3D Finite Element Simulation of Processing of Generalized Newtonian Fluids in Counter-rotating and Tangential TSE and Die Combination, *Int. Polym. Proc.*, **20**, 398-409, 2005.
9. Ghoreishy M.H.R. and Razavi-Nouri M., A Three-Dimensional Finite Element Analysis of a Power-Low Fluid in an Extrusion Die, *Iran. Polym. J.*, **7**, 277-287, 1998.
10. Ghoreishy M.H.R. and Razavi-Nouri M., Finite Element Analysis of Thermoplastic Melts Flow through the Metering and Die Regions of Single Screw Extruders, *J. Appl. Polym. Sci.,* **25**, 676-689, 1999.
11. Bird R.B., Armstrong R.C. and Hassager O., *Dynamic of Poly-*

www.SID.ir

mer Liquids, John Wiley and Sons, **1**, Chap. 1, USA, 1987.

12. Donea J. and Huerta A., *Finite Element Methods for Flow Problems*, John Wiley and Sons, Chap. 4, England, 2003.
13. Reddy J.N., *An Introduction to the Finite Element Method*, McGraw-Hill, Chap. 4, USA, 1993.
14. Reddy J.N. and Gartling D.K., *The Finite Element Method in Heat Transfer and Fluid Dynamic*, CRC, Chap. 4, New York, 1994.
15. Cheung Y.K., Lo S.H. and Leung A.Y.T., *Finite Element Implementation*, Blackwell Science, Chap. 3, London, 1996.
16. Nassehi V., *Practical Aspects of Finite Element Modelling of Polymer Processing*, John Wiley and Sons, Chap. 3 and 4, England, 2002.
17. Zienkiewicz O.C. and Taylor R.L., *Finite Element Method*, **3**, Fluid Dynamics, Butterworth-Heinemann, 5th ed., Chp. 4, England, 2000.
18. Brezzi F. and Fortin M., *Mixed and Hybrid Finite Element Methods*, Springer-Verlag, Chap. 2, New York, 1991.

Archive of SID

www.SID.ir