Archive of SID

مجله مهندسی ساخت و تولید ایران، مرداد و شهریور 1398، دوره 6، شماره 3، ص‌ص. 51-64



دو ماهنامه علمی پژوهشی

مهندسی ساخت و تولید ایران

www.smeir.org

# بررسی تحلیلی نورد نامتقارن ورق‌های چند لایه غیر متصل با استفاده از روش قاچی و مدل اصطکاک ترکیبی

**وحید پیرحیاتی[1] و صادق رحمتی[2*]**

1- کارشناس ارشد مکانیک، دانشکده مهندسی مکانیک، برق و کامپیوتر، دانشگاه آزاد اسلامی واحد علوم تحقیقات، تهران، ایران

2- دانشیار، دانشکده مهندسی مکانیک، برق و کامپیوتر، دانشگاه آزاد اسلامی واحد علوم و تحقیقات، تهران، ایران

* srahmati@srbiau.ac.ir

**اطلاعات مقاله**

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: 22 آبان 1397

پذیرش: 10 بهمن 1397

ارائه در سایت: مرداد 1398

**کلیدواژگان:**

نورد نامتقارن

مدل قاچی

اصطکاک ترکیبی

نقطه اتصال

نقطه خنثی

**چکیده**

در این مقاله یک مدل تحلیلی بر اساس روش قاچی، به منظور مطالعه فرایند نورد نامتقارن ورق‌های چند لایه غیر متصل با در نظر گرفتن هر دو مدل اصطکاکی شامل مدل اصطکاکی برشی ثابت و مدل اصطکاکی کولمب ارائه شده است. در این مدل پیشنهادی سطوح قائم قاچ دارای توزیع تنش‌های نرمال غیر یکنواخت و تنش‌های برشی می‌باشند. معادلات تعادل و تسلیم برای هر قطاع از ورق‌های فوقانی و زیرین در نواحی چهارگانه منطقه تغییر شکل با در نظر گرفتن فرضیاتی همچون زاویه گیرش بزرگ و بکارگیری میدان تنشی جدید، که سعی گردیده تا حد امکان نزدیک به شرایط واقعی باشد، استخراج شده است و در ادامه موقعیت نقطه‌ی اتصال ورق‌ها به یکدیگر و همچنین موقعیت نقاط خنثی فوقانی و زیرین تعیین و سپس روند تغییرات مهمترین کمیت‌های فرایند همچون فشار، نیرو و گشتاور فرایند تحت تأثیر مولفه‌هایی از جمله درصد کاهش ضخامت ورق‌ها، نسبت سرعت و نسبت شعاع غلتک‌ها مورد بررسی قرار گرفته است. همچنین با شبیه‌سازی المان محدود فرایند در نرم‌افزار آباکوس به بررسی مدل ارائه گردیده پرداخته شده است. در خاتمه نیز نتایج حاصل از مدل پیشنهادی، با نتایج دیگر مدل‌های تحلیلی و نتایج تجربی گزارش شده توسط سایر محققان مورد مطالعه قرار گرفته است.

# Analytical investigation of unbounded clad sheets by utilizing slab method and employing hybrid friction through asymmetrical rolling

**Vahid Pirhayati and Sadegh Rahmati***

Department of Mechanical, Electrical and Computer Engineering, Science and Research Branch, Islamic Azad University, Tehran, Iran

*srahmati@srbiau.ac.ir

**Article Information**

Original Research Paper

Received 13 November 2018

Accepted 30 January 2019

Available Augest 2019

**Keywords:**

Asymmetrical rolling

Slab method

Hybrid friction

Contact point

Neutral point

**Abstract**

In this paper, according to slab method an analytical model is presented to study asymmetrical rolling process of unbounded clad sheets; in which, based on the process conditions, both of the two frictional models, including constant shear frictional model and coulomb frictional model, are applied. In the proposed model, vertical sides of the slabs include non-uniform normal stresses and shear stresses distribution. Equilibrium and yield equations for each portion of upper and lower sheets in the quaternary zones of deformation region are extracted by considering assumptions such as, large contact angle and utilization of new stress field, which is tried to be as near as possible to the real situation. Then, the bonding point position of the sheets, as well as, the upper and lower neutral points' position, are determined. Moreover, the trend of the most important process quantities such as, pressure, force and torque of the process which are influenced by the sheet thickness reduction, ratio of speeds and work rolls radii, are investigated. Additionally, the proposed model is studied via finite element process simulation using ABAQUS software. Eventually, the results of the proposed model is compared with the analytical and experimental results of other researchers.

## 1- مقدمه

استفاده از فرایند نورد نامتقارن یکی از رایج‌ترین روش‌ها به منظور تولید انبوه ورق‌های چند لایه می باشد. از آنجا که نیرو و گشتاور فرایند در نورد نامتقارن بطور قابل ملاحظه‌ای نسبت به حالت متقارن کاهش می‌یابد، لذا استفاده از این روش نسبت به روش متقارن می‌تواند اقتصادی‌تر باشد. در نورد نامتقارن ورق‌های چند لایه شعاع غلتک‌ها، سرعت آنها و یا جنس غلتک‌ها می‌تواند متفاوت باشد. بنابراین، در نورد نامتقارن برخلاف نورد متقارن سرعت ورق نمی‌تواند در یک لحظه با سرعت هر دو غلتک برابر گردد. فلذا، در این فرایند دو نقطه خنثی در طول ناحیه تغییر شکل وجود خواهد داشت.

فرایند نورد نامتقارن چه بصورت تحلیلی و چه بصورت

**Please cite this article using:**

V. Pirhayati and S. Rahmati, Analytical investigation of unbounded clad sheets by utilizing slab method and employing hybrid friction through asymmetrical rolling, *Iranian Journal of Manufacturing Engineering*, Vol. 6, No. 3, pp. 51-64, 2019 (in Persian)

**برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:**

www.SID.ir

Archive of SID

آزمایشگاهی، مورد توجه محققان متعددی قرارگرفته است، که در ادامه به برخی از آنها اشاره خواهد شد. دانش‌منش و طاهری [1] با استفاده از روش کران بالا نورد سرد تسمه‌های دولایه را مورد بررسی قرار داده و همچنین با انجام آزمایشاتی نشان دادند که مدل پیشنهادی آنها دارای تطابق خوبی با نتایج آزمایشگاهی می‌باشد. تی‌زو و همکاران [2] نورد سرد و گرم ورق‌های دولایه متصل را با استفاده از روش قاچی مورد توجه قرار دادند. آنها هر قاچ از ورق مرکب را شامل دو قطاع در نظر گرفته که در آن قطاع‌ها سطوح قائم تنها دارای تنش‌های نرمال و فصل مشترک آنها نیز شامل تنش برشی می باشد. هایلی یانگ و همکاران [3] خواص مکانیکی یک ورق آلیاژی را طی روش‌ها مختلف نورد همچون نورد نامتقارن، نورد برودتی و نورد سرد مورد بررسی قرار دادند. حقانی و سعادتی[4] به منظور تحلیل نورد ورق‌های چند لایه ساندویچی، با استفاده از روش کران بالا میدان سرعت جدیدی را به منظور محاسبه سرعت و گشتاور فرایند ارائه نمودند. یانگ و همکاران [5] توان نورد و نسبت ضخامت ورق نورد شده را با استفاده از روش تابع جریان مورد مطالعه، و نتایج مدل خود را با مقادیر تجربی مورد مقایسه قرار دادند. هوانگ و همکاران [6] بطور مشابه، فرایند نورد نامتقارن را با استفاده از همان روش تحلیل نموده و انحنای خروجی ورق را بصورت تئوری و عملی تخمین زدند.

روش المان محدود اگرچه یکی از قدرتمندترین روش‌ها به منظور تعیین توزیع تنش-کرنش در فرایندهای شکل‌دهی می-باشد، با این وجود نیاز به صرف زمان و هزینه زیادی دارد. یانگ-ژنگ و همکاران [7] به منظور غلبه بر عیوب ناشی از توزیع نامتوازن پارامترهای شکل‌دهی در مرحله نهایی تولید لوله از نورد نامتقارن استفاده نموده و در تحلیل خود روش المان محدود را بکار بستند. پسین و پوستوویتو [8] در پژوهش خود بر روی نورد نامتقارن به بررسی توزیع کرنش انباشته در طول ضخامت یک ورق آلیاژی پرداختند و مشخصه‌های مختلف فرایند را با روش المان محدود مورد تحلیل قرار دادند. هوانگ و تی‌زو [9] نورد نامتقارن ورق چند لایه متصل را با استفاده از مدل قاچی که تی-زو و همکاران [2] ارائه نموده بودند، مورد مطالعه قرار دادند. آنها تنها تنش‌های نرمال موجود برروی سطوح قائم را بصورت متمرکز در نظر گرفته و از تنش‌های برشی وارده بر روی این سطوح و کرنش سختی صرف نظر نمودند.

ابری‌نیا و همکاران [10] مدل تحلیلی را به منظور بررسی درصد کاهش ضخامت بحرانی در نورد سرد تسمه‌های دو لایه پیشنهاد نمودند. آنها در مدل خود رفتار تسمه‌ها را با فرض اینکه که پیش از نورد به یک‌دیگر اتصال یافته باشند مورد مطالعه قرار دادند. در پژوهشی دیگر تی‌زو و هانگ [11] تلاش نمودند تا با فرض اصطکاک برشی ثابت حداقل ضخامت قابل حصول در فرایند نورد سرد و گرم نامتقارن را مورد تحلیل قرار دهند. گائو و همکاران [12] با در نظر گرفتن ضریب اصطکاکی متفاوت بین ورق و غلتک‌ها به عنوان عامل ایجاد کننده عدم تقارن، فرایند را مورد تحلیل قرار دادند. قوامی‌زاده و همکاران[13] با فرض میدان تنشی که در آن توزیع تنش‌های نرمال بصورت غیریکنواخت فرض شده بوده به ارزیابی مشخصه‌های فرایند از جمله نیرو، گشتاور و انحنای ورق خروجی پرداختند. ژانگ و همکاران [14] فرایند نورد نامتقارن را مورد بررسی قرار دادند. آنها مدلی را ارائه نمودند که در آن تنش‌های نرمال بصورت یکنواخت و تنش های برشی بصورت غیریکنواخت برروی سطوح قائم هر قاچ فرض شده بود.

تمامی تحلیل‌های قاچی فوق الذکر که برروی فرایند نورد ورق‌های چند لایه صورت گرفته، نیرو و گشتاور فرایند را با فرض متصل بودن ورق‌ها به یکدیگر پیش از ورود به دستگاه نورد، مورد مطالعه قرار داده‌اند همچنین به منظور ساده‌سازی توابع مثلثاتی زاویه گیرش را کوچک فرض نموده‌اند، که تنها برای زوایای کوچک‌تر از 6 درجه قابل پذیرش می‌باشد. این رویکرد توسط پن و همکارانش [15] در مطالعه نورد نامتقارن ورق چند لایه غیر متصل بکار گرفته شده است.

در این مقاله، تحلیل قاچی فرایند نورد نامتقارن ورق چند لایه غیر متصل با فرض تغذیه افقی ورق به داخل شکاف غلتکی ارائه گردیده است. در این مدل، ابتدا یک میدان تنش برای هر قاچ از نواحی چهارگانه منطقه تغییر شکل درنظر گرفته شده است، که هر یک از قاچها شامل قطاع‌های فوقانی و زیرین با تنش‌های تسلیم برشی متفاوت می‌باشند که توزیع تنش‌های نرمال و برشی اعمال شده برروی سطوح قائم هر قطاع از این قاچها نیز به ترتیب بصورت خطی و درجه دو فرض شده است. سپس معادلات اصلی با توجه به شرایط واقعی و با فرض زاویه گزش بزرگ استخراج گردیده است.

این فرض علاوه با اینکه موجب افزایش دقت نتایج خواهد شد، دید روشن‌تری از مدل پیشنهادی در مقایسه با دیگر مدل‌ها و نتایج تجربی گزارش شده توسط سایر محققان ارائه خواهد نمود. فرض دیگری که به منظور افزایش دقت نتایج بکار رفته عبارت است از شرایط اصطکاکی ترکیبی در فصل مشترک بین ورق‌ها و غلتک‌ها و همچنین مابین خود ورق‌ها می‌باشد. چراکه ورق‌ها بصورت غیر متصل وارد شکاف غلتکی شده، فلذا


www.SID.ir

Archive of SID


در ابتدای ورود نسبت به یکدیگر دارای لغزش می‌باشند.

در ادامه معادلات تعادل و تسلیم برای هر یک از قاچ‌های در نظر گرفته شده در نواحی چهارگانه تغییر تشکیل استخراج گردیده و در نهایت تأثیر مشخصه‌هایی همچون درصد کاهش ضخامت ورق، نسبت فاکتور اصطکاکی، نسبت سرعت و نسبت شعاع غلتک‌ها بر روی فرایند مورد مطالعه قرار گرفت. این مدل پیشنهادی علاوه بر پیش بینی فشار، نیرو و گشتاور نورد توانایی تعیین موقعیت نقطه اتصال و همچنین نقاط خنثی را خواهد داشت. در خاتمه، فرایند نورد نامتقارن ورق‌های چند لایه غیر متصل در نرم افزار آباکوس شبیه‌سازی شد. در نهایت، به بررسی نتایج مدل ارائه شده و نتایج شبیه سازی فرایند به همراه نتایج گزارش شده توسط دیگر محققان پرداخته شده است.

## 2- مدل‌سازی ریاضی فرایند

به منظور ساده‌سازی مدل ریاضی فرایند نوردنامتقارن ورق چند لایه غیر متصل فرضیات زیر در نظر گرفته شده است:

- غلتک‌ها صلب فرض شده و از تغییر شکل آنها صرف نظر شده است.
- تغییر شکل دو بعدی و از نوع کرنش صفحه‌ای فرض شده است.
- رفتار ماده بصورت الاستیک کاملاً پلاستیک در نظر گرفته شده است.
- معیار تسلیم ون-میزز برقرار می‌باشد.

### 2-1- روابط و تئوری مسئله

هندسه نورد نامتقارن ورق دو لایه غیر متصل در شکل 1 نمایش داده شده است. از آنجا که دو لایه پیش از نورد به یکدیگر متصل نشده‌اند، شکاف غلتک به چهار ناحیه تقسیم می‌شود که در بردارنده دو نقطه خنثی و نقطه اتصال دو لایه می‌باشد. این نواحی عبارتند از، ناحیه $I$ که از نقطه ورودی ورق مرکب به داخل شکاف غلتک شروع شده و تا نقطه اتصال دو لایه ورق ادامه می‌یابد، ناحیه $II$ از نقطه اتصال تا نقطه خنثی فوقانی روی غلتک فوقانی را در بر گرفته و ناحیه $III$ که در حد فاصل بین دو نقطه خنثی فوقانی و زیرین قرار گرفته، تحت عنوان ناحیه برش عرضی شناخته می‌شود و آخرین ناحیه نیز ناحیه $IV$ می‌باشد که از نقطه خنثی زیرین تا نقطه خروج ورق از شکاف غلتک را شامل می‌شود.

شکل 2 نمایی از هندسه یک المان در فضای بین غلتک‌ها را نشان می‌دهد. به منظور بررسی تغییرات دیفرانسیلی ضخامت هر لایه و استخراج معادلات تعادل و تسلیم در ناحیه $I$، المانی مانند شکل‌های 3 و 4 در نظر گرفته شده‌اند. در این ناحیه با توجه به اینکه دو لایه ورق پیش از ورود به شکاف غلتک به یکدیگر متصل نشده‌اند، لذا دو لایه نسبت به یکدیگر لغزش خواهند داشت که به همین منظور از مدل اصطکاکی کولمب در فصل مشترک بین دو ورق استفاده گردیده است. در حالی‌که در فصل مشترک بین ورق و غلتک‌ها با توجه به عدم وجود لغزش از مدل اصطکاک برشی ثابت استفاده می‌گردد.

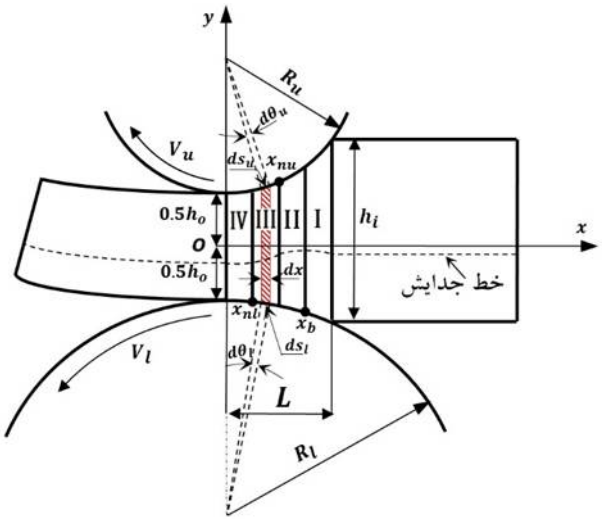



**Fig. 1** Schematic geometry of unbounded asymmetrical clad sheet rolling and deformation zones

**شکل 1** طرح کلی نورد نامتقارن ورق دو لایه جدا از هم جدا و مناطق تغییر شکل

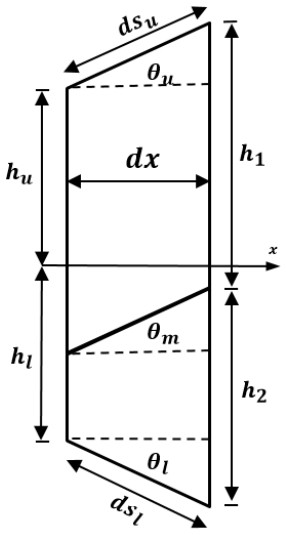



**Fig. 2** Geometry properties of each slab through deformation zones at distance $x$ from exit section

**شکل 2** ویژگی‌های هندسی هر قاچ از منطقه تغییر شکل در فاصله $x$ از خروجی

طول ناحیه تماس بین ورق و غلتک‌ها با استفاده از روابط هندسی مطابق رابطه (1) قابل محاسبه می‌باشد.


www.SID.ir

Archive of SID

$$L = \frac{1}{2(R_u + R_l + h_o - h_i)\sqrt{(h_i - h_o)(2R_l + h_o - h_i)[2(R_u + R_l) + (h_o - h_i)]}} \quad (1)$$

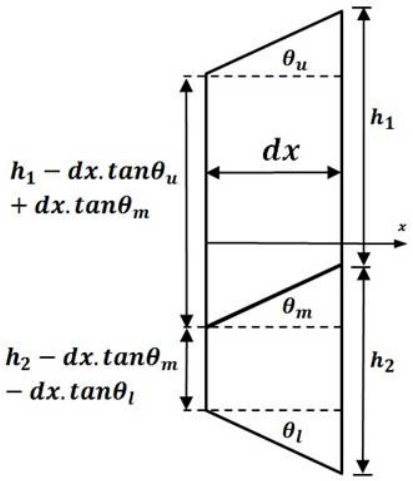



**Fig. 3** Differential variations of thickness for each layer of sheet

**شکل 3** تغییرات دیفرانسیلی ضخامت هر لایه از ورق

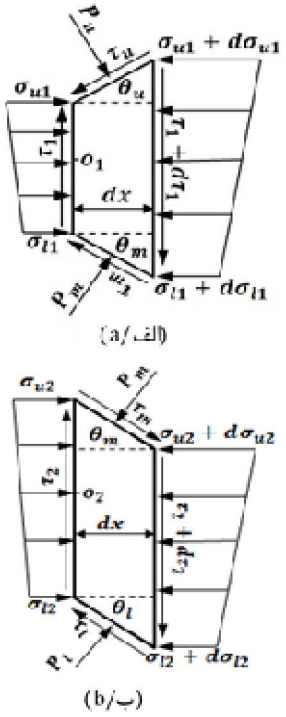



**Fig. 4** Stress field in the first zone for a) upper portion and b) lower portion

**شکل 4** میدان تنش در ناحیه اول، الف) میدان تنش در قطاع فوقانی، ب) میدان تنش در قطاع تحتانی

برای هر قاچ در فاصله $x$ از خروجی مطابق روابط (2) و (3) می‌توان نشان داد:

$h$ (2)

$h$ (3)

بنابراین ارتفاع کل قاچ که با حرف $h$ نمایش داده می‌شود، در فاصله $x$ از خروجی مطابق رابطه (4) برابر خواهد بود با:

$$h = h_u + h_l = h_o + (R_u + R_l) - \left(\sqrt{R_u^2 - x^2} + \sqrt{R_l^2 - x^2}\right) \quad (4)$$

اگر نسبت ضخامت ورق ($\gamma$)، به شکل رابطه (5) تعریف گردد:

$$\frac{h_2}{h} = \gamma \rightarrow \frac{h_1}{h} = (1 - \gamma) \quad (5)$$

آنگاه با توجه به شکل 3 می‌توان نوشت:

$$\frac{h_2 - dx\tan\theta_l - dx\tan\theta_m}{h_1 - dx\tan\theta_u + dx\tan\theta_m + h_2 - dx\tan\theta_l - dx\tan\theta m} = \gamma \quad (6)$$

با استفاده از رابطه‌ی (6) می‌توان $\tan\theta_m$، که شیب خط جدایش بین ورق‌ها می‌باشد را در هر نقطه مطابق با رابطه (7) بدست آورد:

$$\tan\theta_m = \gamma\tan\theta_u - (1 - \gamma)\tan\theta_l \quad (7)$$

با اعمال روابط تعادل در راستای افقی و قائم برای المان در نظر گرفته شده از قطاع فوقانی در ناحیه یک و گشتاورگیری حول نقطه‌ی $O_1$ مطابق شکل 4- الف می‌توان نشان داد:

$$\sum F_{xu} = 0:$$
$$-\left(\frac{\sigma_{u1} - \sigma_{l1}}{2}\right)\frac{dh_1}{dx} - \left(\frac{d\sigma_{u1}}{dx} + \frac{d\sigma_{l1}}{dx}\right)\frac{h_1}{2} + p_u\tan\theta_u - p_m\tan\theta_m - (\tau_u + \tau_m) = 0 \quad (8)$$

$$\sum F_{yu} = 0:$$
$$\tau_1\left(\frac{dh_1}{dx}\right) + h_1\left(\frac{d\tau_1}{dx}\right) + (p_u - p_m) + \tau_u\tan\theta_u - \tau_m\tan\theta_m = 0 \quad (9)$$

$$\sum M_{ou} = 0:$$
$$\frac{h_1^2}{12}\left(\frac{d\sigma_{u1}}{dx} - \frac{d\sigma_{l1}}{dx}\right) - \frac{h_1}{12}(\sigma_{u1} + 5\sigma_{l1})\left(\frac{dh_1}{dx}\right) + \frac{h_1}{2}(\sigma_{u1} + \sigma_{l1})\tan\theta_u + \frac{h_1}{2}(\tau_u - \tau_m) - \frac{h_1}{2}(p_u\tan\theta_u - p_m\tan\theta_m) - \tau_1 h_1 = 0 \quad (10)$$

و بطور مشابه برای المان در نظر گرفته شده از قطاع زیرین در ناحیه یک مطابق شکل 4- ب، می‌توان بدست آورد:

$$\sum F_{xl} = 0:$$
$$-\left(\frac{\sigma_{u2} + \sigma_{l2}}{2}\right)\frac{dh_2}{dx} - \left(\frac{d\sigma_{u2}}{dx} + \frac{d\sigma_{l2}}{dx}\right)\frac{h_2}{2} + p_l\tan\theta_l - p_m\tan\theta_m - (\tau_l - \tau_m) = 0 \quad (11)$$

$$\sum F_{yl} = 0:$$
$$\tau_2\left(\frac{dh_2}{dx}\right) + h_2\left(\frac{d\tau_2}{dx}\right) + (p_m - p_l) - \tau_l\tan\theta_l + \tau_m\tan\theta_m = 0 \quad (12)$$


www.SID.ir

Archive of SID

$$\sum M_{ol} = 0:$$
$$\frac{h_2^2}{12}\left(\frac{d\sigma_{u2}}{dx} - \frac{d\sigma_{l2}}{dx}\right) - \frac{h_2}{12}(\sigma_{u2} - 7\sigma_{l2})\left(\frac{dh_2}{dx}\right)$$
$$-\frac{h_2}{2}(\sigma_{u2} + \sigma_{l2})\tan\theta_m - \frac{h_2}{2}(\tau_l + \tau_m)$$
$$+\frac{h_2}{2}(p_l\tan\theta_l + p_m\tan\theta_m) - \tau_2 h_2 = 0 \qquad (13)$$

در روابط فوق داریم:

$$\tan\theta_u = \frac{x}{\sqrt{R_u^2 - x^2}}, \tan\theta_l = \frac{x}{\sqrt{R_l^2 - x^2}} \qquad (14)$$

بر طبق فرض اصطکاک برشی بین ورق و غلتک‌های فوقانی و زیرین، تنش‌های برشی سطحی عبارتند از:

$$\tau_u = m_u k_u \quad , \quad \tau_l = m_l k_l \qquad (15)$$

که در رابطه (15) $m_u$ و $m_l$ به ترتیب فاکتور اصطکاکی سطوح غلتک‌های فوقانی و تحتانی، و $k_u$ و $k_l$ نیز به ترتیب تنش تسلیم برشی ورق‌های فوقانی و تحتانی می‌باشند که با مشخص بودن مقادیر این پارامترها مقادیر تنش‌های برشی سطحی نیز در دسترس خواهند بود.

از آنجا که ورق‌ها پیش از نورد بصورت غیر متصل در شکاف غلتک‌ها تغذیه می‌شوند بنابراین در ناحیه اول از فرایند تغییر شکل مقداری لغزش در فصل مشترک بین آنها وجود خواهد داشت، فلذا در فصل مشترک بین ورق‌ها در این ناحیه از مدل اصطکاک کولمب استفاده می‌گردد.

$$\tau_m = \mu p_m \qquad (16)$$

چنانکه در فرضیات آمد، فرایند تحت شرایط کرنش صفحه‌ای رخ می‌دهد و تغییر شکل ورق کاملاً پلاستیک می‌باشد، (υ=0/5) ، فلذا:

$$\begin{cases}\tau_{xz} = \tau_{yz} = 0\\ \sigma_z = 0.5(\sigma_x + \sigma_y)\end{cases} \qquad (17)$$

با اعمال معیار تسلیم ون میزز در حالت کرنش صفحه‌ای برای المان فوقانی از قطاع فوقانی قاچ نخست مطابق شکل 5 می‌توان نشان داد:

$$\left|\frac{\sigma_y - \sigma_x}{2}\right| = \sqrt{k_u^2 - \tau_{xy}^2} \qquad (18)$$

بطور مشابه برای المان زیرین از قطاع فوقانی نیز رابطه‌ای مشابه رابطه (18) بدست خواهد آمد با این تفاوت که در آن $k_u$ با $k_l$ جایگزین خواهد شد. با توجه به شکل 5 چنانکه در المان در نظر گرفته شده در نقطه فوقانی از قطاع فوقانی قاچ مشاهده می‌شود $\sigma_x$ برابر $\sigma_u$ می‌باشد. فلذا با اعمال معادلات تعادل در راستای افقی و عمودی برای المان در نظر گرفته شده در شکل 5، $\tau_{xy}$ و $\sigma_y$ قابل محاسبه می‌باشند.

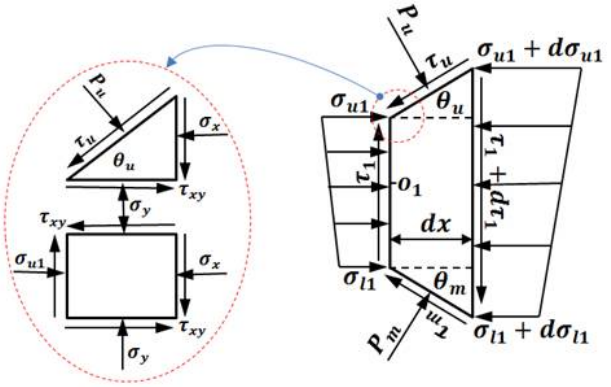



**Fig. 5** upper element of top portion used for extracting yield equation

**شکل 5** المان فوقانی در نظر گرفته شده از قطاع فوقانی به منظور استخراج معادله تسلیم

$$\sum F_x = 0: \qquad (19)$$
$$\tau_{xy} = (\sigma_x - p_u)\tan\theta_u + \tau_u$$
$$\sum F_y = 0:$$
$$\sigma_y = p_u + 2\tau_u\tan\theta_u + (\sigma_u - p_u)\tan^2\theta_u \qquad (20)$$

با استفاده از روابط (18)، (19) و (20) رابطه تسلیم برای نقطه فوقانی قاچ را می‌توان به شکل ذیل استخراج نمود:

$$(p_u - \sigma_{u1})^2(1 + 2\tan^2\theta_u + \tan^4\theta_u)$$
$$+(p_u - \sigma_{u1})(-4\tau_u\tan\theta_u - 4\tau_u\tan^3\theta_u) \qquad (21)$$
$$+4\tau_u^2\tan^2\theta_u + 4\tau_u^2 - 4k_u^2 = 0$$

و بطور مشابه رابطه تسلیم برای المان زیرین از قطاع فوقانی عبارت است از:

$$(p_m - \sigma_{l1})^2(1 + 2\tan^2\theta_m + \tan^4\theta_m)$$
$$+(p_m - \sigma_{l1})(-4\tau_m\tan\theta_m - 4\tau_m\tan^3\theta_m) \qquad (22)$$
$$+4\tau_m^2\tan^2\theta_m + 4\tau_m^2 - 4k_u^2 = 0$$

عدم تسلیم لایه زیرین در ناحیه اول، علاوه براینکه موجب عدم برقراری معیار تسلیم ون میزز برای این لایه در ناحیه مذکور می‌شود رابطه (23) نیز، باعث برابری $\sigma_{l2}$ با $\sigma_{u2}$ خواهد شد.

$$\left|\frac{\sigma_y - \sigma_x}{2}\right| < \sqrt{k_l^2 - \tau_{xy}^2} \qquad (23)$$

از سوی دیگر، با توجه به تسلیم لایه زیرین در نواحی دو الی چهار، با اعمال معیار تسلیم در ناحیه دو می توان معادلات تسلیم برای المان‌های فوقانی و تحتانی از قطاع زیرین را برای این ناحیه به ترتیب مطابق روابط (24) و (25) بدست آورد:

$$(p_m - \sigma_{u2})^2(1 + 2\tan^3\theta_u + \tan^4\theta_m)$$
$$+(p_m - \sigma_{u2})(+4\tau_m\tan\theta_m + 4\tau_m\tan^3\theta_m) \qquad (24)$$
$$+4\tau_m^2\tan^2\theta_m + 4\tau_m^2 - 4k_l^2 = 0$$

$$(p_l - \sigma_{l2})^2(1 + 2\tan^3\theta_l + \tan^4\theta_l)$$
$$+(p_l - \sigma_{l2})(-4\tau_l\tan\theta_l - 4\tau_l\tan^3\theta_l) \qquad (25)$$
$$+4\tau_l^2\tan^2\theta_l + 4\tau_l^2 - 4k_l^2 = 0$$

با توجه به اتصال ورق‌ها در ناحیه یک، در ادامه فرایند


www.SID.ir

Archive of SID


تغییر شکل ورق‌ها دیگر نسبت یک‌دیگر لغزشی نخواهند داشت. فلذا، از مدل اصطکاکی برشی ثابت در این نواحی استفاده می‌گردد.

با توجه به شکل 6 چنانکه مشاهده می‌گردد عمده اختلاف میدان تنش برای نواحی مختلف، به جهت و راستای تنش‌های وارده برمی‌گردد. لذا، معادلات تعادل و تسلیم نواحی مختلف نیز مشابه یک‌دیگر بوده و اختلاف آنها عمدتاً به تفاوت در علامت پارامترها و نسبت‌های مثلثاتی برمی‌گردد. در نتیجه، می‌توان مقادیر $\sigma_{u1}$، $\sigma_{u2}$، $\sigma_{l1}$، $\tau_1$، $\tau_2$، $\tau_m$، $P_u$، $P_l$ و $P_m$ را از حل معادلات دیفرانسیلی و عادی شامل روابط (8) تا (13)، (16)، (21) و (22) برای ناحیه نخست بدست آورد. برای نواحی دیگر نیز تسلیم لایه زیرین از یک سو موجب برقراری روابط (24) و (25) و از سویی دیگر، اتصال یافتن ورق‌ها به یکدیگر موجب حذف لغزش بین آنها و بالطبع حذف رابطه (16) می‌گردد، فلذا در این نواحی تعداد معادلات به ده معادله رسیده و با توجه به نابرابر شدن $\sigma_{u2}$ و $\sigma_{l2}$، مولفه $\sigma_{l2}$ نیز به مجهولات افزوده شده که با حل معادلات می‌توان روند تغییرات پارامترهای مورد نظر را درطول ناحیه تغییر شکل مورد بررسی قرار داد.

### 2-2- موقعیت نقطه اتصال

اولین نقطه‌ای که در آن ورق سخت‌تر تسلیم می‌گردد معرف نقطه اتصال می‌باشد که با توجه به این موضوع، معیار تسلیم ون میزز که در ناحیه نخست برای قطاع زیرین به صورت رابطه (23) بود، در این نقطه به شکل رابطه (26) تغییر خواهد کرد:

$$\left|\frac{\sigma_y-\sigma_x}{2}\right| = \sqrt{k_l^2-\tau_{xy}^2} \qquad (26)$$

لذا با استفاده از روابط (14)، (15) و (25) و بسط آنها می‌توان نشان داد:

$$\left\{\frac{1}{\omega}\left(4x^2\lambda^2-4x\left(\frac{\lambda\varepsilon}{\omega^{0.5}}\right)+\frac{\varepsilon^2}{\omega}\right)+4\lambda^2\right\}^{0.5} = 2k_l \qquad (27)$$

در رابطه (27) $\omega$، $\varepsilon$ و $\lambda$ به ترتیب عبارتند از $(R_l^2-x^2)$، $(P_l-\sigma_{l2})R_l^2$ و $m_l k_l$ که با حل این رابطه به روش سعی و خطا می‌توان موقعیت نقطه اتصال را تعیین نمود.

### 3-2- موقعیت نقاط خنثی

با توجه به اینکه فرایند نورد بصورت نامتقارن انجام می‌پذیرد لذا، دو نقطه خنثی در طول شکاف غلتک وجود خواهد داشت، که با حل معادلات دیفرانسیلی در نواحی تغییر شکل و رابطه ثبات حجم می‌توان موقعیت این نقاط را تعیین نمود.

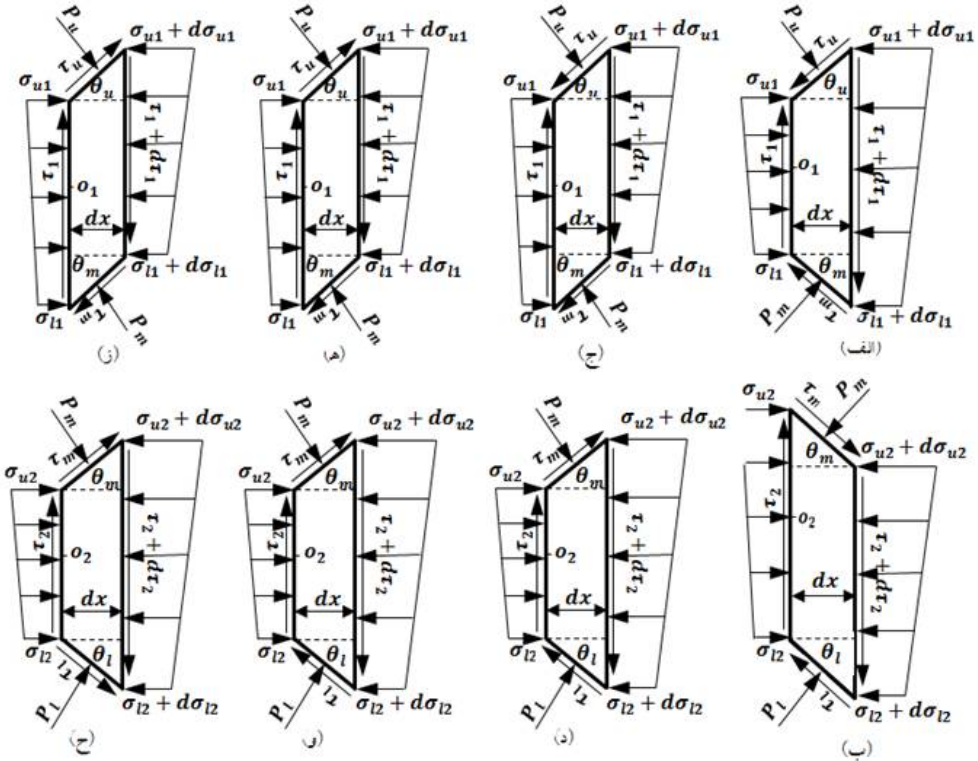


**Fig. 6** Stress field in four different zones, (a) and (b) zone *I*, (c) and (d) zone *II*, (e) and (f) zone *III*, (g) and (h) zone *IV*

**شکل 6** میدان تنش در نواحی چهارگانه، (الف) و( ب) ناحیه یک، (چ) و(د) ناحیه دو، (ه) و (و) ناحیه سه، (ز) و (ح) ناحیه چهار


www.SID.ir

Archive of SID


در صورتیکه ورق بصورت آزادانه درون شکاف غلتک‌ها تغذیه شود، ممکن است در ورودی دچار کج شدگی شود برای غلبه بر این موضوع دو راه حل پیشنهاد شده است، که عبارتند از: قرار دادن ورق تحت تنش در ورودی، و یا عبور دادن ورق از بین غلتک‌های هادی پیش از ورود آنها به دستگاه نورد. از هر یک از این دو روش در تغذیه ورق به دستگاه نورد استفاده شود، در روند کلی محاسبه نقاط خنثی تأثیری ایجاد نخواهد شد ولی می‌تواند بر مکان این نقاط اثرگذار باشد.

در ابتدا با استفاده از معادلات تعادل در راستای افقی و قائم برای قطاع فوقانی و زیرین، روابط (8)، (9)، (11) و (12) و ترکیب و بسط آنها و صرف‌نظر از تغییرات تنش‌های برشی بر روی سطوح عمودی المان می‌توان نشان داد:

$$-\frac{d(\bar{\sigma}_1 h_1)}{dx} + (P\tan\theta_u - \tau_1\frac{dh_1}{dx}\tan\theta_u - \tau_u\tan^2\theta_u) + (P\tan\theta_m - \tau_m\tan^2\theta_m) - (\tau_u + \tau_m) = 0 \quad (28)$$

$$-\frac{(\bar{\sigma}_2 h_2)}{dx} - (P\tan\theta_m - \tau_2\frac{dh_2}{dx}\tan\theta_m - \tau_m\tan\theta_m) + (P\tan\theta_l - \tau_l\tan^2\theta_l) - (\tau_l - \tau_m) = 0 \quad (29)$$

با استفاده از روابط (28)، (29) و همچنین معیار تسلیم ون میزز ($\bar{\sigma} + P = 2k_e$)، می توان رابطه دیفرانسیلی توزیع فشار در طول شکاف غلتک را به شکل رابطه (30) استخراج نمود:

$$h\frac{dp}{dx} = -2K_e\frac{2x}{R_e} + \tau_e + (\frac{\tau_u}{R_u^2} + \frac{\tau_l}{R_l^2} + \frac{\tau_1}{R_u^2} + ((1-\gamma)R_l - \gamma R_u)\frac{\tau_2}{R_u R_l^2})x^2 \quad (30)$$

در رابطه (30)، $h = h_1 + h_2$ ، $h_1 = \frac{h_o}{2} + \frac{x^2}{2R_u}$ و $h_2 = \frac{h_o}{2} + \frac{x^2}{2R_l}$ می‌باشد. $k_e = \gamma k_u + (1-\gamma)k_l$

با استفاده از شرایط مرزی در نواحی چهارگانه می‌توان ثابت انتگرال‌گیری رابطه دیفرانسلی توزیع فشار در این نواحی را مطابق با روابط (32)، (34)، (36) و (38) محاسبه نمود:

**ناحیه یک** $(x_b \le x \le L)$

$$BC(I): x = L \rightarrow \begin{cases} P_I + \sigma_L = 2k_e \\ \omega = \omega_L \end{cases} \quad (31)$$

لذا:

$$C_1^* = 2k_e - \sigma_L - A_1 L - 2k_e(L^2 + D_1) - \frac{E}{\sqrt{D_1}}\omega_L \quad (32)$$

$$A_1 = (\frac{\tau_u}{R_u^2} + \frac{\tau_l}{R_l^2} + \frac{\tau_1}{R_u^2} + ((1-\gamma)R_l - \gamma R_u)\frac{\tau_2}{R_u R_l^2})R_e$$

$$D_1 = R_e(h_o - h_2) \qquad E_1 = R_e\tau_e - A_1 D_1$$

$$\omega_L = \tan^{-1}\frac{L}{\sqrt{D_1}} \qquad \tau_e = (m_u + m_m)k_u$$

**ناحیه دو** $(x_{nu} \le x \le x_b)$

$$BC(II): x = x_b \rightarrow \begin{cases} P_{II} = P_I \\ \omega = \omega_b \end{cases} \quad (33)$$

در نتیجه می‌توان نشان داد:

$$C_2^* = (A_1 - A_2)x_b + 2k_e ln(x_b^2 + D_2) - 2k_e(x_b^2 + D_1) + \frac{E_1}{\sqrt{D_1}}\omega_b - \frac{E_2}{\sqrt{D_2}}\omega_b + C_1^* \quad (34)$$

$$A_2 = (\frac{\tau_u}{R_u^2} + \frac{\tau_l}{R_l^2} + \frac{\tau_1}{R_u^2} + ((1-\gamma)R_l - \gamma R_u)\frac{\tau_2}{R_u R_l^2})R_e$$

$$D_2 = R_e h_o$$

$$E_2 = R_e\tau_e - A_2 D_2$$

$$\omega_b = \tan^{-1}\frac{x_b}{\sqrt{D_2}}$$

$$\tau_e = m_u k_u + m_l k_l$$

**ناحیه سه** $(x_{nl} \le x \le x_{nu})$

$$BC(III): x = x_{nu} \rightarrow \begin{cases} P_{III} = P_{II} \\ \omega = \omega_{nu} \end{cases} \quad (35)$$

در نتیجه می‌توان نشان داد:

$$C_3^* = (A_2 - A_3)x_{nu} + (E_2 - E_3)\frac{\omega_{nu}}{\sqrt{D}} + C_2^* \quad (36)$$

$$A_3 = (-\frac{\tau_u}{R_u^2} + \frac{\tau_l}{R_l^2} + \frac{\tau_1}{R_u^2} + ((1-\gamma)R_l - \gamma R_u)\frac{\tau_2}{R_u R_l^2})R_e$$

$$D_3 = D_2 = R_e h_o$$

$$E_3 = R_e\tau_e - A_3 D_3$$

$$\omega_{nu} = \tan^{-1}\frac{x_{nu}}{\sqrt{D_3}}$$

$$\tau_e = -m_u k_u + m_l k_l$$

**ناحیه چهار** $(0 \le x \le x_{nl})$

$$BC(IV): x = 0 \rightarrow \begin{cases} P_{IV} + \sigma_0 = 2k_e \\ \omega = 0 \end{cases} \quad (37)$$

لذا می‌توان بدست آورد:

$$C_4^* = 2k_e(1 + \ln(R_e h_o)) - \sigma_0 \quad (38)$$

از سوی دیگر با توجه به پیوستگی هر ناحیه با ناحیه مجاور می‌توان نشان داد:

$$x = x_{nu} \rightarrow P_{II} = P_{III} \quad , \quad x = x_{nl} \rightarrow P_{III} = P_{IV} \quad (39)$$

لذا:

$$(A_2 - A_3)x_{nu} + \frac{(E_2 - E_3)}{\sqrt{D}}\omega_{nu} + C_2^* - C_3^* = 0 \quad (40)$$

$$(A_3 - A_4)x_{nl} + \frac{E_3 - E_4}{\sqrt{D}}\omega_{nl} + C_3^* - C_4^* = 0 \quad (41)$$

و با استفاده از روابط (40) و (41) می توان نشان داد:

$$A_1^* x_{nu} + \frac{E_1^*}{\sqrt{D}}\omega_{nu} + C_2^* - A_2^* x_{nl} - \frac{E_2^*}{\sqrt{D}}\omega_{nl} - C_4^* = 0 \quad (42)$$

$$A_1^* = A_2 - A_3 \ , \ A_2^* = A_3 - A_4$$

$$E_1^* = E_2 - E_3 \ , \ E_2^* = E_3 - E_4$$

از طرفی با توجه به ثبات حجم ماده [9] می‌توان نشان داد:


www.SID.ir

Archive of SID


$$x_{nu} = \sqrt{V_A x_{nl}^2 + (V_A - 1)\frac{h_o}{R_A}} \quad (43)$$
$$V_A = \frac{v_u}{v_l}, R_A = \frac{1}{R_e} - \frac{h_o}{2R_e^2}$$

در ادامه با استفاده از روابط (42) و (43) می‌توان موقعیت نقاط خنثی فوقانی ($x_{nu}$) و زیرین ($x_{nl}$) را بدست آورد. به منظور اعمال شرایط کرنش سختی برای هریک از مواد تشکیل دهنده لایه‌ها از قانون توان که نشان دهنده رابطه تنش-کرنش برای هریک از لایه‌ها می‌باشد در نظر گرفته می‌شود لذا متوسط تنش تسلیم موثر($\sigma_{yo}$) با استفاده از رابطه‌ی (44) تقریب زده می‌شود:

$$\sigma_{yo} = \frac{\int_0^{\varepsilon_t} \sigma dx}{\varepsilon_t} = \frac{\int_0^{\varepsilon_t} K\varepsilon^n dx}{\varepsilon_t} \quad (44)$$

که درآن:

$$\varepsilon_t = \frac{2}{\sqrt{3}} ln\frac{1}{1-r} \quad (45)$$

در رابطه (45) ($\varepsilon_t$) کرنش موثر متوسط و ($r$) درصد کاهش ضخامت ورق می‌باشد. همچنین با استفاده از روابط (46) الی (49) می‌توان نیرو و گشتاور نورد به ازاء پهنا واحد ورق را محاسبه نمود:

$$F_u = \int_0^L (p_u + \tau_u \tan\theta_u)dx \quad (46)$$

$$F_l = \int_0^L (p_l + \tau_l \tan\theta_l)dx \quad (47)$$

$$T_u = \int_0^L \frac{\tau_u R_u}{\cos\theta_u} dx \quad (48)$$

$$T_l = \int_0^L \frac{\tau_l R_l}{\cos\theta_l} dx \quad (49)$$

در روابط فوق $F_u$ و $T_u$ به ترتیب نیرو و گشتاور غلتک فوقانی و $F_l$ و $T_l$ نیز نیرو و گشتاور غلتک زیرین می‌باشد.

## 3- شبیه‌سازی المان محدود فرایند

در این مقاله علاوه بر ارائه مدل تحلیلی، سعی شده است از شبیه‌سازی المان محدود فرایند مزبور در نرم‌افزار آباکوس نیز به منظور ارزیابی مدل پیشنهادی کمک گرفته شود. این شبیه‌سازی برپایه فرضیاتی که در ارائه مدل تحلیلی بکار رفته انجام شده است، لذا با توجه به نامتقارن بودن فرایند نورد، اندازه و یا سرعت دورانی غلتک‌ها می‌تواند متفاوت باشد علاوه براین با فرض شرایط کرنش صفحه‌ای که براساس آن مدل تحلیلی ارائه گردید شبیه‌سازی فرایند در حالت دو بعدی انجام گرفته است و غلتک‌ها بصورت اجسام صلب مجزا [1] و رفتار ورق نیز تحت شرایط الاستیک کاملاً پلاستیک مدل گردیده است.

جنس لایه فوقانی و زیرین نیز در این شبیه‌سازی به ترتیب عبارتند از آلومینیوم و مس که خواص در نظر گرفته شده برای آنها در جدول 1 آورده شده است. تنش تسلیم برشی ماده نیز بر اساس معیار تسلیم ون-میزز ($k = 0.577\sigma_y$) مورد محاسبه قرار گرفته است.

**جدول 1** خواص ورق‌های بکار رفته در شبیه‌سازی المان محدود فرایند [6]
**Table 1** Properties of sheets employed for FE simulation process [6]

| جنس ورق | $\upsilon$ | E (GPa) | $\rho$ (kg/m$^3$) | n | K (kgf/mm$^2$) |
|---|---|---|---|---|---|
| آلومینیوم | 0/36 | 68 | 2700 | 0/14 | 18/5 |
| مس | 0/343 | 110 | 8910 | 0/24 | 46/8 |

در این شبیه‌سازی، با توجه به حادث شدن فرایند در شرایط کرنش صفحه‌ای، المان‌بندی از نوع 2D CPE4R در نظر گرفته شده است. در این حالت لایه فوقانی و زیرین در مجموع شامل 1916 المان و 1868 گره خواهند بود. طرح کلی المان‌بندی و توزیع کرنش در ورق مرکب در شکل 7 قابل ملاحظه می‌باشد.

به‌دلیل رفتار غیر خطی فرایند نوع تحلیل بصورت دینامیک در نظر گرفته شده و غلتک‌ها تنها مجاز به دوران حول محور خود بوده و حرکت آنها در سایر جهات مقید گردیده است و ورق‌ها نیز در حال عبور از ناحیه تغییر شکل فاقد هرگونه قیدی می‌باشند. شبیه‌سازی نشان دهنده وقوع حداکثر تنش در ناحیه بین دو نقطه خنثی می‌باشد.

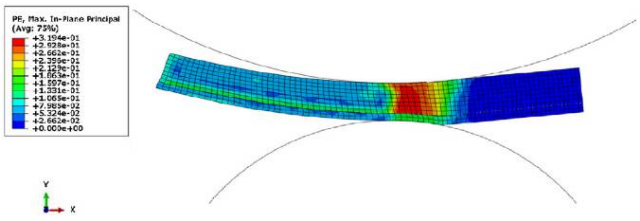



**Fig. 7** Schematic meshing and strain distribution in FE simulation of asymmetrical rolling process of clad sheets

**شکل 7** طرح کلی المان‌بندی و توزیع کرنش در شبیه‌سازی المان محدود فرایند نورد نامتقارن ورق‌های دو لایه مجزا
($R_u$=100 mm; $R_l$=50 mm; $\gamma$=0.8; $Vu$=$V_l$; $h_i$=10 mm)

در ادامه به منظور ارزیابی صحت المان‌بندی صورت گرفته

[1] Discrete Rigid Body


www.SID.ir

Archive of SID


در شبیه‌سازی المان محدود فرایند به بررسی همگرایی جواب‌ها که مسئله‌ای حیاتی در تضمین دقت جواب‌ها می‌باشد پرداخته شده است، بدین منظور در ابتدا مسئله را با المان‌های درشت (تعداد کم المان‌ها) تحلیل کرده و مقدار تنش ون میزز در طول یک مسیر مشخص تعیین و سپس با کاهش اندازه المان‌ها مسئله مجدداً تحلیل گردید. فرایند کاهش اندازه المان‌ها تا جایی ادامه یافت که اختلاف میان نتایج بسیار کم شد. مطابق شکل 8 چنانکه ملاحظه می‌شود برای اندازه المان‌های 1/5، 1، 0/5و 0/1 میلی‌متر جواب‌ها همگرا شده است، لذا اندازه المان مناسب بری این مسئله 0/5 میلی‌متر در نظر گرفته می شود زیرا در این حالت از یک طرف اختلاف نتایج بسیار نا چیز است و از سوی دیگر زمان حل مسئله کمتر از حالتی می‌باشد که اندازه المان 0/1 میلی‌متر در نظر گرفته شده است.

## 4- نتایج

در این بخش روند تغییرات کمیت‌های موثر بر فرایند نورد نامتقارن ورق‌های دو لایه که بصورت غیر متصل وارد شکاف غلتکی می‌شوند مورد مطالعه قرار گرفته است. شکل 9 توزیع فشار روی غلتک‌های فوقانی و زیرین را نمایش می‌دهد. در این حالت اختلاف سرعت غلتک‌های فوقانی و تحتانی به میزان 5 درصد می‌باشد. چنانکه مشاهده می‌شود در نمودار توزیع فشار بیش از یک نقطه ماکزیمم نسبی وجود دارد. این در حالی است که مکان نقاط خنثی نه تنها شامل نقاط ماکزیمم مطلق نمی‌شوند، بلکه جزء نقاط ماکزیمم نسبی نیز نمی‌باشند. چنانکه مشاهده می‌شود، متوسط فشار در ابتدای فرایند بیش از نواحی دیگر می‌باشد.

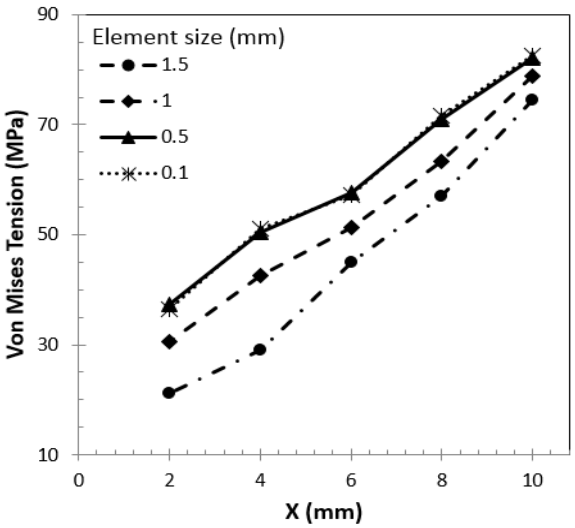



**Fig. 8** Mesh sensitive evaluation in FE model

**شکل 8** ارزیابی حساسیت به اندازه المان در مدل المان محدود

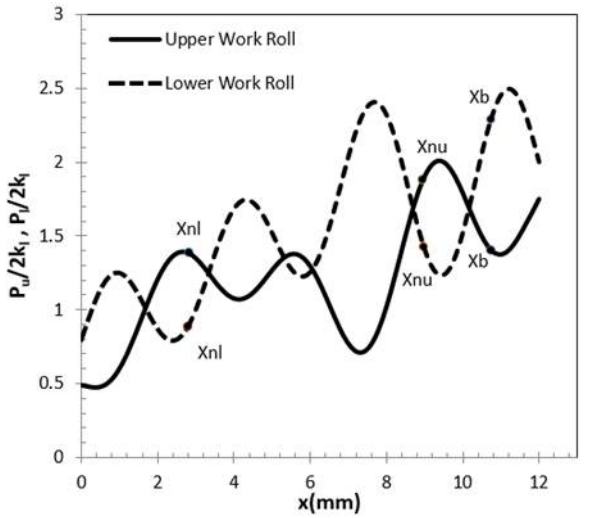



**Fig. 9** Dimensionless distribution of pressure on the upper and lower work rolls

**شکل 9** توزیع فشار بی بعد برروی غلتک‌های فوقانی وتحتانی

($R_u$=$R_l$=350 mm; $m_u$=$m_l$=0.35; $r$=10%; $V_A$=1.05; $k_u$=98.1 *MPa;* $k_l$=1.5$k_u$; $\gamma$ = 0.5*)*

چرا که هر دو قطاع فوقانی و تحتانی از هر قاچ باید در حین عبور از ناحیه نخست و یا در انتهای این ناحیه تسلیم گردند. افزایش نسبی شدت تغییرات در منطقه برش عرضی[1] (CSR) به علت تغییر در جهت تنش‌های برشی موجود در فصل مشترک ورق و غلتک می‌باشد.

شکل 10 توزیع تنش برشی متوسط وارد بر سطوح قائم هر قاچ در محدوده شکاف غلتکی و تحت همان شرایطی که در شکل 9 ارائه شده است را نمایش می‌دهد. مشاهده می‌شود تنش برشی تماسی دارای مقادیر قابل توجهی در محدوده شکاف غلتکی می‌باشد و این موید اهمیت در نظر گرفتن تنش برشی وارده در راستای قائم در محاسبات مدل ارائه شده در این مطالعه می‌باشد. چنانچه انتظار می‌رفت، در منطقه برش عرضی به‌دلیل قرینه بودن جهت تنش‌های برشی اصطکاکی بر روی غلتک‌های فوقانی و تحتانی، در امتداد سطوح قائم قاچ وجود تنش برشی مشهود است، که با توجه به شکل 10 می‌توان به غیر خطی بودن توزیع تنش برشی در ناحیه تغییر شکل اذعان نمود. در نواحی ورودی نیز به دلیل گشتاور و نیروی اعمال شده به ورق، جهت تغذیه افقی آن درون شکاف غلتکی، رفتار مشابه تنش برشی بر روی سطوح قائم در این ناحیه نیز قابل مشاهده است.

در شکل 11 اثر تغییرات فاکتور اصطکاکی سطح غلتک‌ها بر روی نیروی فرایند قابل مشاهده می‌باشد. چنانکه ملاحظه می‌شود، در این شکل فاکتور اصطکاکی تحتانی($m_l$) ثابت و برابر واحد در نظر گرفته شده و فاکتور اصطکاکی فوقانی در بازه

[1] Cross Shear Region


www.SID.ir

Archive of SID


0/5 الی 0/8 دارای تغییر می‌باشد لذا، با توجه به شکل 11 زمانی‌که نسبت فاکتور اصطکاکی افزایش می‌یابد، درپی آن نیروی لازم برای فرایند نورد نیز با افزایش همراه می‌باشد. از سوی دیگر با افزایش نسبت ضخامت ورق‌ها ($\gamma$) در یک نسبت فاکتور اصطکاکی معین، به نیروی نورد بیشتری نیاز می‌باشد.

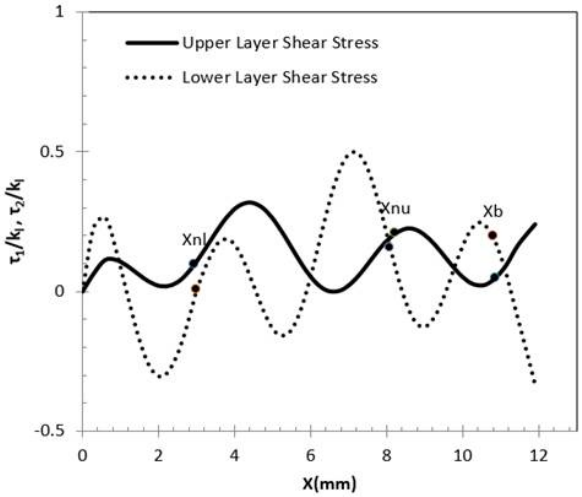



**Fig. 10** Distribution of shear stress act on vertical sides of upper and lower portions

**شکل 10** توزیع تنش برشی وارد بر سطوح قائم قطاع‌های فوقانی و تحتانی ($R_u$=$R_l$=350mm; $m_u$=$m_l$=0.35; $r$=10%; $V_A$=1.05; $k_u$=98.1 MPa; $k_l$=1.5$k_u$; $\gamma$=0.5)

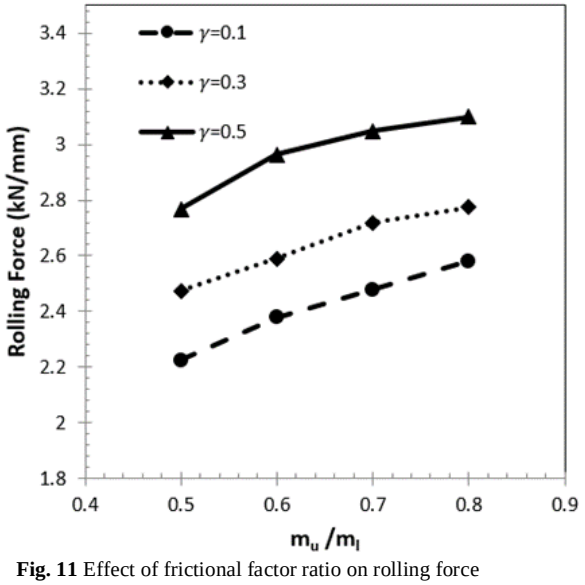



**Fig. 11** Effect of frictional factor ratio on rolling force

**شکل 11** اثر نسبت فاکتور اصطکاکی برروی نیروی نورد ($R_u$=$R_l$=100 mm; $m_l$=1; $h_i$=2 mm $r$=30%; $V_A$=1; $k_u$=98.1 MPa; $k_l$=2$k_u$)

روند کلی تغییرات گشتاور مورد نیاز برای فرایند، نسبت به تغییرات فاکتور اصطکاکی و همچنین افزایش ضخامت ورق ورودی چنانکه در شکل 12 ارائه شده، مشابه روند تغییرات نیرو نسبت به پارامترهای مذکور بوده و افزایش نسبت فاکتور اصطکاکی و افزایش نسبت ضخامت ورق ورودی موجب افزایش گشتاور مورد نیاز می‌گردد.

در شکل 13 اثر ضخامت ورق ورودی برروی نیروی فرایند نورد برای نسبت سرعت‌های محیطی[1] ($V_A$) متفاوت مورد مطالعه قرار گرفته است.

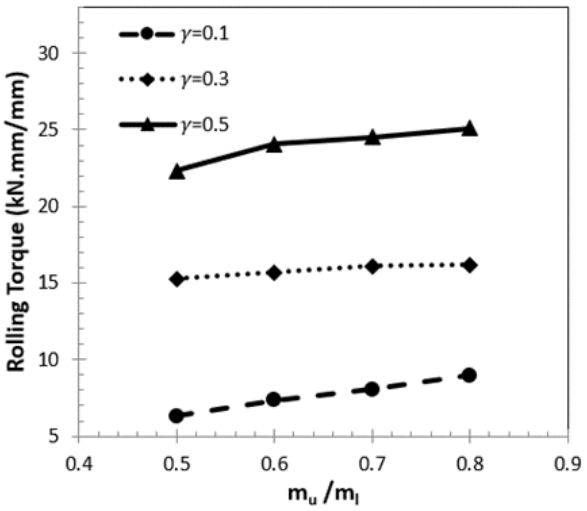



**Fig. 12** Effect of frictional factor ratio on rolling torque

**شکل 12** اثر نسبت فاکتور اصطکاکی بر روی گشتاور نورد ($R_u$=$R_l$=100 mm; $m_l$=1; $h_i$=2 mm; $r$=30%; $V_A$=1; $k_u$=98.1 MPa; $k_l$=2$k_u$)

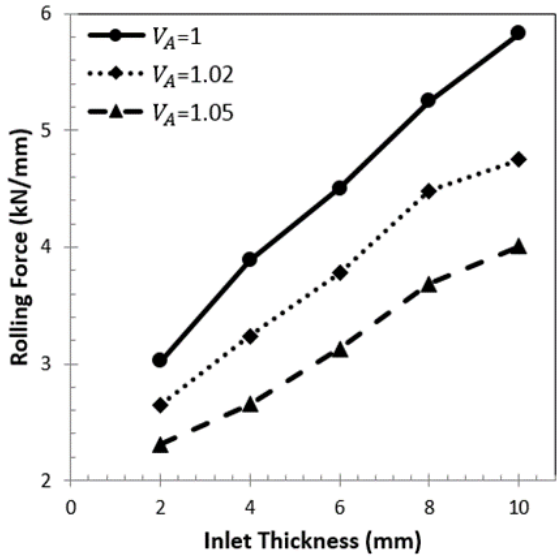



**Fig. 13** Effect of inlet sheet thickness and work rolls speed ratio on rolling force

**شکل 13** تأثیر ضخامت ورق ورودی و نسبت سرعت غلتک‌ها بر نیروی نورد ($R_u$=$R_l$=350 mm; $m_u$= $m_l$=0.4; $r$=10%; $V_A$=1; $k_u$=98.1 MPa; $k_l$=1.2$k_u$; $\gamma$=0.5)

[1] Peripheral Speed


www.SID.ir

Archive of SID

با افزایش ضخامت ورق ورودی، نیروی نورد به ازاء هر نسبت از سرعت غلتک‌های تحتانی و فوقانی افزایش می‌یابد، علاوه براین در یک ضخامت معین از ورق وارده به درون شکاف غلتکی نیروی فرایند نورد با افزایش عدم تطابق سرعت[1]غلتک‌ها کاهش می‌یابد که این موضوع مؤید یکی از مزیت‌های استفاده از نورد نامتقارن می‌باشد.

در شکل 14 روند تغییرات گشتاور نورد برحسب نسبت سرعت‌های مختلف به ازاء تنش‌های تسلیم متفاوت برای لایه سخت‌تر مورد بررسی قرار گرفته است. چنانکه مشاهده می‌شود، از یک‌سو افزایش عدم تطابق سرعت غلتک‌های تحتانی و فوقانی منتج به کاهش گشتاور مورد نیز فرایند می‌گردد و از سوی دیگر، در یک نسبت سرعت مشخص، ازدیاد تنش تسلیم لایه سخت‌تر منجر به افزایش گشتاور نورد می‌شود چرا که فرایند جهت تسلیم هر دو لایه ورق نیاز به انرژی مضاعفی خواهد داشت.

شکل 15 تأثیر درصد کاهش ضخامت[2]ورق‌ها بر روی موقعیت مکانی نقطه اتصال و نقاط خنثی فوقانی و تحتانی در فرایند نورد نامتقارنی که عدم تطابق سرعتی غلتک‌های فوقانی و زیرین در آن به میزان 5 درصد می‌باشد را مورد بررسی قرار داده است.

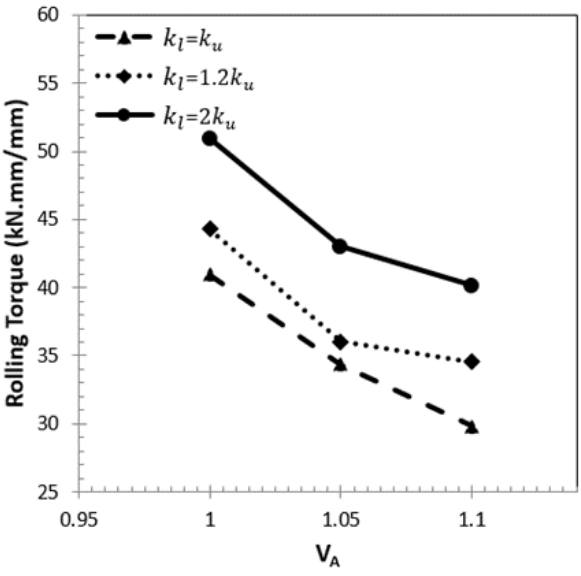



**Fig. 14** Effect of upper and lower work rolls speed variations ratio on rolling torque

**شکل 14** تأثیر تغییرات نسبت سرعت غلتک‌های تحتانی و فوقانی برروی گشتاور نورد

($R_u$=$R_l$=500 mm; $m_u$=$m_l$=0.4; $r$=10%; $k_u$=98.1 *MPa*; $h_i$=2mm; $\gamma$=0.5)

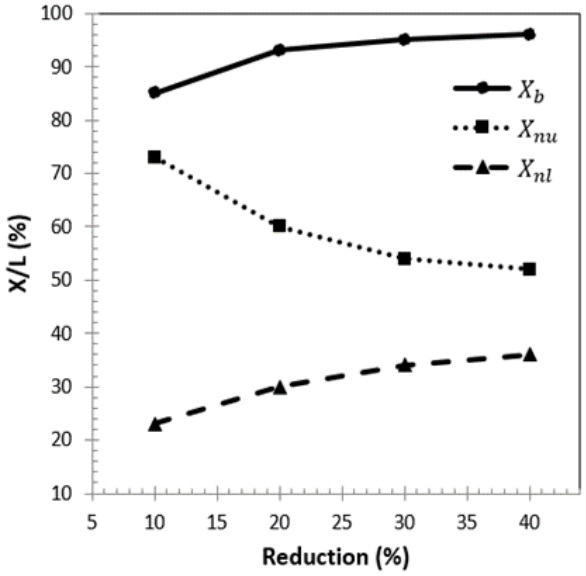



**Fig. 15** Variations in position of bonding point and neutral points with changes in reduction percentage

**شکل 15** تغییرات مکان نقطه اتصال و نقاط خنثی نسبت به درصد کاهش ($R_u$=$R_l$=350 mm; $m_u$=$m_l$=0.35; $k_u$=98.1 *MPa*; $k_l$=2$k_u$; $h_i$=4mm; $V_A$=1.05; $\gamma$=0.5)

با افزایش درصد کاهش ضخامت ورق نقطه اتصال به سمت ورودی میل نموده، چرا که با افزایش درصد کاهش، در واقع مقدار فشار مورد نیاز جهت تسلیم ورق سخت‌تر در فاصله کمتری از ورودی شکاف غلتکی تأمین می‌گردد. علاوه براین با افزایش درصد کاهش ضخامت ورق‌ها فاصله بین دو نقطه خنثی با کاهش همراه خواهد بود که بطور کلی می‌توان بیان داشت، در حین ازدیاد درصد کاهش ضخامت ورق این دو نقطه به سوی یک‌دیگر جابجا گردیده که این موضوع منجر به تشکیل یک منطقه برشی عرضی با طولی کوتاه‌تر خواهد شد.

در ادامه مقادیر نیروی نورد که از شبیه‌سازی المان محدود فرایند در کاهش ضخامت‌های 5، 10، 15 و 20 درصد بدست آمده در قالب نموداری در شکل 16 ارائه گردیده است. با توجه به شکل 16 و بررسی روند تغییرات نیروی نورد به ازاء کاهش ضخامت‌های مختلف می‌توان بیان داشت که رابطه مستقیم بین افزایش درصد کاهش ضخامت و افزایش نیروی فرایند وجود دارد. با افزایش میزان کاهش ضخامت ورق خروجی از شکاف غلتک، مقدار نیروی نورد روندی افزایشی را درپی می‌گیرد.

در شکل 17 به مقایسه پیش‌بینی نیروی مورد نیاز برای انجام فرایند، به ازاء نسبت‌های گوناگونی از شعاع غلتک‌های زیرین و فوقانی، توسط مدل ارائه گردیده دراین مقاله و نتایجی که توسط هوانگ، تزو و همکاران [9] گزارش شده، پرداخته شده است. چنانکه در شکل 17 قابل مشاهده است، افزایش نسبت شعاع غلتک‌ها که در آن شعاع غلتک فوقانی ثابت و

[1] Speed Mismatch
[2] Reduction


www.SID.ir

Archive of SID


شعاع غلتک زیرین متغیر می‌باشد، افزایش نیروی مورد نیاز برای فرایند را به دنبال دارد. هر دو مدل به وضوح مؤید این روند بوده و تطابق خوبی را در پیش‌بینی نیروی نورد نشان می‌دهند.

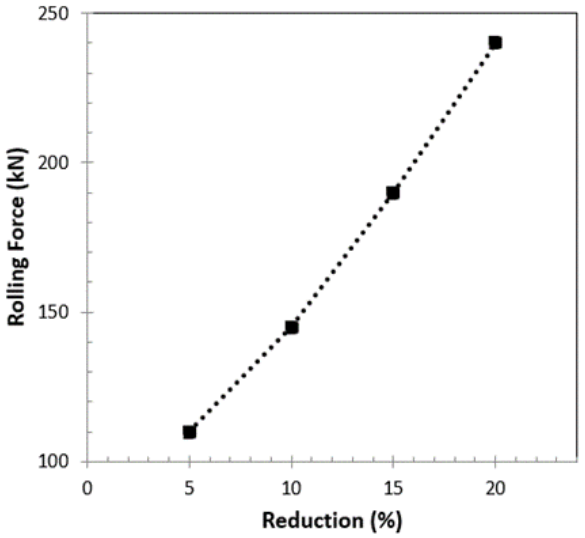



**Fig. 16** Trend of rolling force changes respect to reduction

**شکل 16** تغییرات نیروی نورد برحسب درصد کاهش ضخامت در FEM

($R_u$=50 mm; $R_l$=100 mm; $\gamma$=0.8; $Vu=V_l$; $h_i$=10 mm)

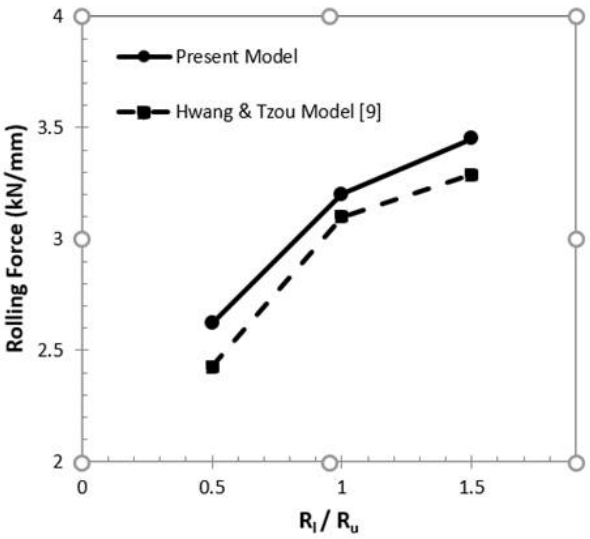



**Fig. 17** Comparison of rolling force obtained from the present model with results of Hwang and Tzou model[9]

**شکل 17** مقایسه نیروی نورد بدست از مدل ارائه شده با مدل هوانگ و تزو[9]

($R_u$=100 mm; $m_u=m_l$=0.5; $r$=30 %; $\gamma$=0.5; $V_A$=1.1; $h_i$=2 mm; $k_u$=98.1 MPa; $k_l=2k_u$)

در شکل 18 نیز به بررسی نتایج گزارش شده برای گشتاور فرایند برحسب تغییرات نسبت شعاع غلتک‌ها، در مدل ارائه و مدل هوانگ و تزو [9] پرداخته شده است. چنانکه مشاهده می‌شود، هر دو مدل نشان دهنده گشتاور بیشتر در نسبت شعاع غلتکی بزرگتر بوده و هر دو مدل دارای همگرایی خوبی بوده و روند افزایشی مشابهی را ارائه می‌دهند.

در شکل 19 نتایج مدل پیشنهادی و نتایج شبیه‌سازی آن با یافته‌های تجربی گزارش شده توسط هوانگ، تزو و همکاران [9]، مورد مقایسه و بررسی قرار گرفته است.

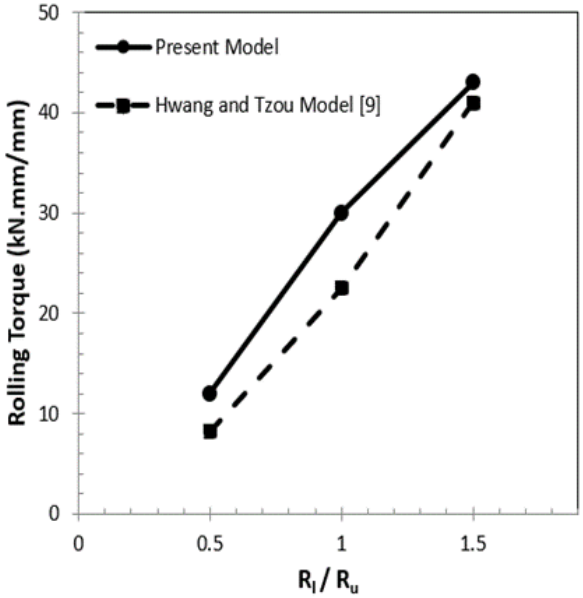



**Fig. 18** Comparison of rolling torque obtained from present model and results of Hwang and Tzou model[9]

**شکل 18** مقایسه گشتاور نورد در مدل فعلی و مدل هوانگ و تزو[9]

($R_u$=100 mm; $m_u=m_l$=0.5; $r$=30 %; $\gamma$=0.5; $V_A$=1.1; $h_i$=2 mm; $k_u$=98.1 MPa; $k_l=2k_u$)

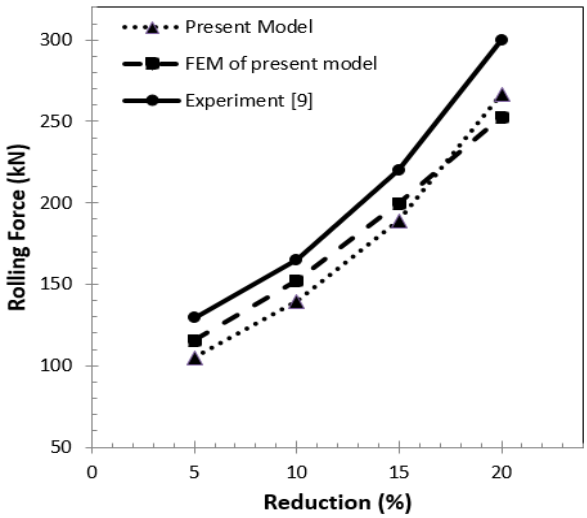



**Fig. 19** Comparison of rolling force predicted by present model with FE simulation and experimental results[9]

**شکل 19** مقایسه پیش بینی نیروی نورد در مدل ارائه شده، شبیه‌سازی و نتایج تجربی[9]

($R_u$=50 mm; $R_l$=100 mm; $V_u=V_l$=9.44 mm/s; $h_i$=10 mm; $\gamma$=0.8)


www.SID.ir

Archive of SID


چنانکه در شکل 19 قابل مشاهده است، هر سه نمودار روند مشابهی را طی نموده و نتایج مدل پیشنهادی و شبیه‌سازی نیز تطابق خوبی را با نتایج گزارش شده از آزمایش عملی دارند، که این امر را می‌توان ناشی از در نظر گرفتن تنش‌های برشی و کرنش سختی در مدل ارائه شده دانست. پیشروی به سمت کاهش ضخامت‌های بزرگ‌تر با افزایش اختلاف نتایج تئوری و عملی همراه است، که این را می‌توان ناشی از چسبندگی بیشتر بین ورق و غلتک‌ها تلقی نمود.

در جدول 2 به منظور صحت‌سنجی مدل ارائه شده مقایسه نتایج حاصل از مدل پیشنهادی، نتایج تجربی و شبیه‌سازی المان محدود فرایند برای کاهش ضخامت‌های 5، 10، 15و 20 درصد ارائه شده است. چنانکه ملاحظه می‌شود، اختلاف کمی بین مقادیر پیش‌بینی شده توسط مدل پیشنهادی و مقادیر تجربی گزارش شده از آزمایش‌های تجربی وجود دارد که علت این اختلاف را نیز می‌توان ناشی از پاره‌ای از ساده‌سازی‌های صورت گرفته در حل مسئله و همچنین خطای اندازه‌گیری در آزمایش تجربی دانست. متوسط اختلاف بین نتایج مدل ارائه شده و اندازه‌گیری‌های تجربی در حد 10/8درصد می‌باشد. اگر نتایج مدل را با نتایج شبیه‌سازی مقایسه شود مقدار متوسط اختلاف بهبود یافته و به 4/3 درصد می‌رسد.

**جدول 2** مقایسه نتایج مدل ارائه شده با نتایج تجربی و شبیه‌سازی المان محدود

**Table 2** Comparison between presented model with experimental and FE simulation results

| کاهش ضخامت % | مقادیر نیرو | | | خطای مدل نسبت به | |
|---|---|---|---|---|---|
| | مدل (kN) | FEM (kN) | تجربی (kN) | تجربی % | F E M % |
| 5 | 110/3 | 115/4 | 124/5 | 10/7 | 4/8 |
| 10 | 141/65 | 152/5 | 161 | 11/8 | 6/9 |
| 15 | 191 | 199/5 | 220 | 12/3 | 4/2 |
| 20 | 269/7 | 152/5 | 301 | 9/4 | 6/8 |

## 5- نتیجه‌گیری و جمع‌بندی

در این تحقیق یک مدل تحلیلی بر اساس روش قاچی به منظور پیش‌بینی کمیت‌های مؤثر بر فرایند نورد نامتقارن ورق دو لایه غیر متصل ارائه شد. در این مدل به منظور استخراج معادلات حاکم بر فرایند نورد ورق چند لایه روابط تعادل و تسلیم برای هریک از دو لایه ورق بصورت جداگانه مورد مطالعه قرار داده شد. علاوه براین به منظور افزایش دقت مدل تأثیر سخت‌شوندگی نیز در نظر گرفته شد و موقعیت نقاط اتصال و خنثی نیز تعیین گردید. همچنین با استفاده از نرم‌افزار آباکوس فرایند نورد نامتقارن ورق دو لایه غیر متصل شبیه‌سازی گردید. بررسی نتایج نشان می‌دهد که با افزایش نسبت تنش تسلیم برشی یا نسبت فاکتور اصطکاکی و یا کاهش نسبت سرعت غلتک‌ها، فشار نورد افزایش می‌یابد. همچنین مشخص گردید با افزایش درصد کاهش ضخامت، موقعیت نقطه اتصال در فاصله کمتری از ورودی منطقه تغییر شکل رخ می‌دهد. مقایسه نتایج مدل قاچی ارائه شده با نتایج شبیه‌سازی المان محدود و نتایج تجربی، نشان دهنده دقت تحلیل ارائه شده می‌باشد، چنانکه متوسط خطای مدل ارائه شده نسبت به نتایج تجربی حدود 10/8 درصد و نسبت به نتایج شبیه‌سازی در حدود 4/3 درصد می‌باشد.

## 6- فهرست علایم

| | |
|---|---|
| $F_l, F_u$ | به ترتیب، نیروی غلتک فوقانی و زیرین |
| $h$ | ضخامت ورق |
| $h_o, h_i$ | به ترتیب ضخامت ورق در ورودی و خروجی |
| $h_l, h_u$ | به ترتیب، ارتفاع المان فوقانی و زیرین نسبت به محور افقی |
| $h_2, h_1$ | ارتفاع المان قطاع فوقانی و قطاع زیرین |
| $k_l, k_u$ | به ترتیب، تنش‌های تسلیم برشی متوسط برای ورق‌های فوقانی و زیرین |
| $L$ | طول تماس بین ورق و غلتک |
| $m_l, m_u$ | فاکتور اصطکاکی غلتک فوقانی و زیرین |
| $P_l, P_u$ | به ترتیب، فشار غلتک‌های فوقانی و زیرین |
| $P_m$ | فشار در سطح مشترک دو لایه |
| $r$ | درصد کاهش ضخامت ورق |
| $R_l, R_u$ | به ترتیب، شعاع غلتک‌های فوقانی و زیرین |
| $R_{eq}$ | شعاع معادل غلتک‌ها |
| $T_l, T_u$ | به ترتیب، گشتاور غلتک‌های فوقانی و زیرین |
| $T$ | گشتاور کل |
| $V_A$ | نسبت سرعت غلتک زیرین به غلتک فوقانی |
| $x_{nl}, x_{nu}$ | به ترتیب، موقعیت نقاط خنثی فوقانی و زیرین |
| $x_b$ | موقعیت نقطه اتصال |

**علایم یونانی**

| | |
|---|---|
| $\gamma$ | نسبت ضخامت لایه‌ها |
| $\tau_{xy}, \sigma_x, \sigma_y$ | به ترتیب، تنش برشی در صفحه xy و تنش‌های نرمال در راستای x و y |
| $\theta_u, \theta_l$ | به ترتیب، زاویه تماس غلتک‌های فوقانی و زیرین |
| $\theta_m$ | زاویه تماس در فصل مشترک دو لایه |
| $v_l, v_u$ | به ترتیب، سرعت محیطی غلتک‌های فوقانی و زیرین |


www.SID.ir

Archive of SID

| | |
|---|---|
| $\sigma_{l1}, \sigma_{u1}$ | تنش‌های نرمال وارد بر نقاط فوقانی و زیرین از ارتفاع قطاع فوقانی |
| $\sigma_{l2}, \sigma_{u2}$ | تنش‌های نرمال، وارد بر نقاط فوقانی و زیرین از ارتفاع قطاع زیرین |
| $\tau_1, \tau_2$ | تنش‌های برشی متوسط وارد بر سطوح قائم قطاع-های فوقانی و زیرین |
| $\tau_l, \tau_u$ | به ترتیب، تنش‌های برشی وارد بر لبه فوقانی و تحتانی قاچ |
| $\tau_m$ | تنش برشی در فصل مشترک دو لایه |

## 7- مراجع


[1] HD. Manesh, AK. Taheri, An investigation of deformation behavior and bonding strength of bimetal strip during rolling, *Mech Material*, Vol. 37, No. 5, pp. 531–542, 2005.

[2] GY. Tzou, KL. Lee, HR. Jian, JC. Lion, MN. Huang, Analysis of the cold and hot bond rolling of clad sheet, *Proceeding of 8th Int Conf on Metal Forming*, Krakow, Poland, pp. 116–120, 2000.

[3] YU. Hailiang, Yan. Ming, Li. Jinao, Godbole. Ajit, Mechanical properties and microstructure of a Ti-6Al-4V alloy subjected to cold rolling, asymmetric rolling and asymmetric cryorolling, *Materials Science and Engineering*, Vol. 710, pp. 10-16, 2018.

[4] H. Haghani, P. Saadati, An upper bond analysis of rolling process of non-bonded sandwich sheets, *Trans. Non-ferrous Met. Soc.*, Vol, 15, pp. 1605–1613, 2015.

[5] J. Yong, P. Dashu, L. Dong, L. Luoxi, Analysis of clad sheet bonding by cold rolling, *J, Mater Process Technol*, Vol. 105, No. 1, pp. 32–37, 2000.

[6] YM. Hwang, TH. Chen, HH. Hsu, Analysis of asymmetrical clad sheet rolling by stream function method, *Int J Mech Sci*, Vol. 38, No. 4, pp 443–460, 1996.

[7] J. Yongzheng, T. Huaping, Z Xiaoing, Rotation mechanics and numerical simulation of hot rolling process under asymmetric rolls, *Mechanical Sciences*, Vol. 151, pp 785-796, 2019.

[8] A. Pesin, F. Pustovoyto, Finite element simulation of extremely high shear strain during a single-pass asymmetric warm rolling of Al-6.2Mg-0.7Mn alloy sheets, *Procedia Engineering*, Vol. 207, pp. 1463-1468, 2017.

[9] YM. Hwang, GY. Tzou, An analytical approach to asymmetrical cold- and hot-rolling of clad sheet using the slab method, *J Mater Process Technol*, Vol. 62, pp. 249–259, 1996.

[10] K. Abrinia, H. Maleki, S. Bagherzadeh, B. Mollaaei, Analysis of bonding behavior critical reduction of two-layer strip in cold clad rolling process, *J of Mate Eng.& performance*, Vol. 22, pp. 917–925, 2013.

[11] GY. Tzou, MN. Huang, Study on minimum thickness for asymmetrical hot-and-cold PV rolling of sheet considering constant shear friction, *J. Mater. Process. Technol.*, Vol. 119, No. 3, pp. 229–33, 2001.

[12] H. Gao, SC. Ramalingama, GC. Barbera, G. Chen, Analysis of asymmetrical cold rolling with varying coefficients of friction, *J. Mater. Process. Technol*, Vol. 124, pp.178-182, 2002.

[13] M. Qwamizadeh, M. Kadkhodaei, M. Salimi, Asymmetrical sheet rolling analysis and evaluation of developed curvature, *Int J Adv Manuf Technol*, Vol. 61, pp. 227–261, 2012.

[14] SH. Zhang, DW. Zhao, CR. Gao, GD. Wang, Analysis of asymmetrical sheet rolling by slab method, *Int. J. Mech. Sci.*, Vol. 65, pp. 168-176, 2012.

[15] SC. Pan, MN. Huang, GY. Tzou, SW. Syu, Analysis of asymmetrical rolling of unbounded clad sheet under constant shear friction, *J. Mater Process Technol.*, Vol. 177, pp.114–120, 2006.



www.SID.ir